ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

К. М. ПОЛИВАНОВ

ВЛАДИМИР КОНСТАНТИНОВИЧ АРКАДЬЕВ

(21.IV.1884 — 1.XII.1953)

В. К. Аркадьеву принадлежит большое число выдающихся теоретичеких и экспериментальных исследований, лежащих в основе современной еории поведения ферромагнетиков в изменяющихся полях. Он проводил ыдающиеся исследования и в других смежных областях физики, отноящихся к распространению и генерированию электромагнитных волн, ксперименты по диффракции света, просвечиванию диэлектрических ел короткими электромагнитными радиоволнами с последующим фиксиованием полученных изображений.

Уже первая работа В. К. Аркадьева, выполненная в лаборатории I. Н. Лебедева в 1907 г., обратила на себя большое внимание, и молодой ченый получил за нее премию Московского общества любителей естествонания: измеряя отражение волн от герцевых решеток, В. К. Аркадьев бнаружил, что их ферромагнитные свойства как бы исчезают в области астот порядка 10^{10} Hz.

В следующей работе (1911 г.) свойства ферромагнитных проволок опреелялись при помощи измерения поглощения. О своих работах В. К. Арадьев докладывал в декабре 1911 г. на заседании секции физики I Менделеевского съезда (в Петербурге). В 1913 г. эти работы были опублиованы в Журнале Русского физико-химического общества [1]. Там ке была опубликована работа В. К. Аркадьева [2], посвященная теории роцессов намагничивания в динамических условиях, учитывающая язкость и возможность колебательных процессов, приводящих к явлениям езонанса. Эти работы обратили на себя большое внимание как русских, ак и иностранных ученых. В письме от 20 июня 1913 г. П. С. Эренфест исал В. К. Аркадьеву: «Я вчера рассказывал о Ваших магнитных рабоах Вейссу и Эйнштейну. Оба проявили большой интерес к Вашим опыам и к Вашей идее». Исследуя ферромагнетики в широком диапазоне астот, В. К. Аркадьев создал теорию пассивных магнитных спектров ввел понятие комплексной магнитной проницаемости

$$\mu' = \mu - j\rho'. \tag{1}$$

Исходя из общих феноменологических представлений о движении лементарных магнитов, В. К. Аркадьев вывел уравнение для зависимости агнитной проницаемости от частоты:

а) при релаксационном характере движения (вязкость):

$$\mu'(\omega) = \mu - j\rho' = m + \frac{m_1}{1 + j\nu}, \tag{2}$$

ли

$$\mu = m + \frac{m_1}{1+\nu^2} \quad \text{и} \quad \rho' = \rho_1' + \frac{m_1\nu}{1+\nu^2},$$

где $m + m_1 = \mu(0)$ — проницаемость при низкой частоте $(\omega \to 0)$; $m = \mu(\infty)$ — проницаемость при высокой частоте $(\omega \to \infty)$; $\nu = T_u / T$ (T — период вынужденных колебаний, $T_u = 2\pi\tau_u$, τ_u — постоянная времени релаксационного закона), ρ_1' — мнимая составляющая проницаемости при низкой частоте $(\omega \to 0)$, соответствующая гистерезисным потерям.

б) При колебательном характере движения:

$$\mu'(\omega) = m + \frac{m_1}{1 - \nu^2 + j\theta\nu}, \tag{3}$$

или

$$\mu = m + \frac{m_1(1-\nu^2)}{(1-\nu^2)^2 + \theta^2\nu^2} \quad \text{и} \quad \rho' = \frac{m_1\theta\nu}{(1-\nu^2)^2 + \theta^2\nu^2},$$

где $\nu = \lambda_0 / \lambda$ (λ_0 — длина волны в свободном пространстве, соответствующая собственной частоте колебаний элементарных магнитов; λ — длина волны в свободном пространстве, соответствующая вынужденным колебаниям), θ — мера вязкости (по терминологии В. К. Аркадьева), или величина, обратная добротности (при $\lambda = \lambda_0$) колебательной системы; m и m_1 имеют прежний смысл.

Анализируя результаты своих опытов, В. К. Аркадьев впервые обнаружил существование магнитного резонанса; хорошее совпадение экспериментально найденной частотной характеристики с теоретически рассчитанной получалось в предположении существования колебательного характера движения носителей магнитного момента.

Первые опыты В. К. Аркадьева производились в отсутствие сколько-нибудь разработанной аппаратуры для сантиметровых волн, однако все последующие измерения подтвердили результаты В. К. Аркадьева.

На рис. 1 мы приводим опытные данные и кривые, построенные В. К. Аркадьевым для железа и никеля [3, 4].

Как видно из графиков, проницаемость железа приближается к единице (восприимчивость стремится к нулю) при длине волны порядка 1 см, а для никеля — при длине волны порядка 3 см. Теоретические кривые построены в предположении колебательного характера движения носителей магнитного момента (уравнение (3)) при следующих параметрах:

для Ni $\theta = 3{,}2$, $\lambda_0 = 7{,}4$;

для Fe $\theta = 1{,}6$, $\lambda_0 = 6{,}0$.

После Великой Октябрьской социалистической революции научная и общественная деятельность В. К. Аркадьева развернулась в полной мере; он организует в Московском университете одну из передовых научных лабораторий. В этой лаборатории под его руководством А. А. Глаголева-Аркадьева получает от электромагнитных искровых генераторов впервые в мире самые короткие волны, заполнившие промежуток спектра, лежащий между тепловыми волнами и самыми короткими радиоволнами [5]. Это выдающееся исследование приобрело всемирную известность.

Разработке теории магнитных спектров и связанным с ней вопросам динамики намагничивания В. К. Аркадьев и его сотрудники посвятили более 200 опубликованных работ. Наиболее подробно во всей мировой литературе этот круг вопросов освещен в двухтомной монографии В. К. Аркадьева [4], изданной в 1934—1936 гг. и подводившей итоги всех работ, проведенных к этому времени как в СССР, так и за границей, а также в сборниках, изданных в 1936—1946 гг. под редакцией В. К. Аркадьева [6], и в ряде более поздних статей*.

---

* В книге [4] и сборниках [6] имеется обширная библиография, охватывающая более ранние работы.

Исследования в области магнитной спектроскопии В. К. Аркадьев не прерывал в течение всей своей жизни; так, в статье, опубликованной в 1947 г. [7], он вновь анализирует экспериментальные зависимости про-

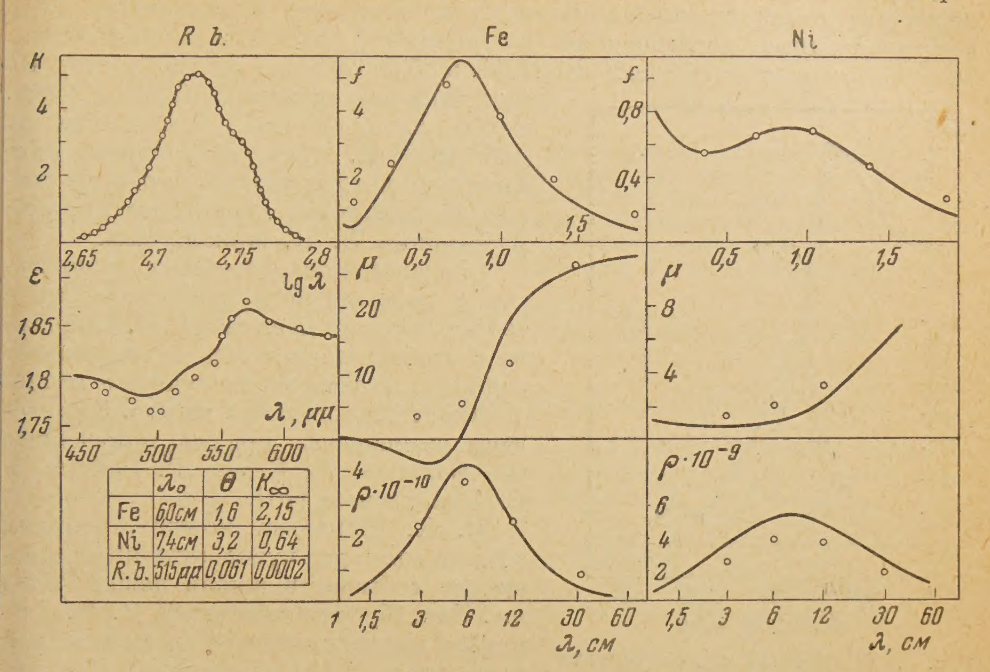


Рис. 1. Электрические и магнитные спектры железа и никеля (слева электрический спектр (в области оптических частот) раствора красителя роз-бенгаль). Сплошные кривые построены теоретически (В. К. Аркадьев [3, 4])

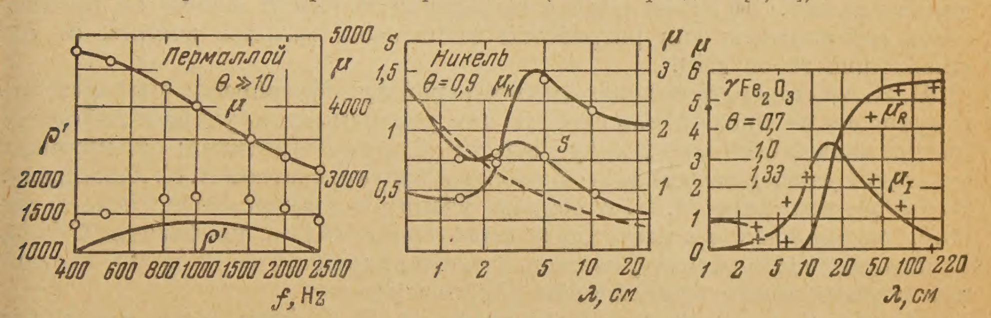


Рис. 2. Магнитные спектры железа и никеля (В. К. Аркадьев [7])

ницаемости Ni и Fe (рис. 2) и находит, что наилучшее совпадение с опытом получается в случае предположения о колебательном характере движения «молекулярных магнитов». На основании экспериментальных данных Аркадьев показал, что для железа надо принять существование трех типов колеблющихся частиц с различными значениями λ_0, m_1 и θ:

$$\lambda_0 = 3 \qquad 10 \qquad 14 \text{ см},$$

$$m_1 = 0{,}13 \qquad 0{,}8 \qquad 3{,}7,$$

$$\theta = 1{,}0 \qquad 0{,}7 \qquad 1{,}33;$$

соответственно последнее слагаемое в правой части (3) должно быть заменено суммой трех слагаемых.

Для никеля наилучшее совпадение с опытом получается, если принять $\lambda_0 = 3$ см, $m = m_1 = 1$, $\theta = 0{,}9$.

После первых экспериментальных наблюдений резонанса на современной радиотехнической аппаратуре, проведенных в СССР Е. К. Завойским [8] и в США Д. Гриффитсом [9, 10], явление ферромагнитного резонанса стало предметом чрезвычайно широких исследований [10]. Многочисленные исследования за последнее десятилетие посвящены также изучению магнитных спектров в области более низких частот. Во всех этих исследованиях (даже и тогда, когда они проводятся без ссылок на работы В. К. Аркадьева) широко применяются методы анализа и основы теории спектральных характеристик, разработанные В. К. Аркадьевым.

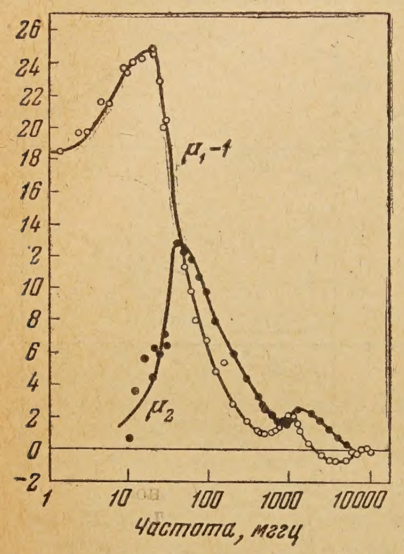


Рис. 3. Магнитный спектр феррита в размагниченном состоянии (Д. Радо и др. [10])

Сопоставление новейших результатов с первыми экспериментальными и теоретическими данными В. К. Аркадьева с особенной ясностью подчеркивает основополагающее значение его исследований. Для примера на рис. 3 приведены резонансные кривые, полученные на феррите Д. Радо, Р. Райтом и В. Эммерсоном [10].

В. К. Аркадьев всегда проявлял себя патриотом, чутко откликавшимся на все события в жизни нашей Родины. Так, будучи студентом, В. К. Аркадьев вместе с группой прогрессивной профессуры в 1911 г. покинул Московский университет в знак протеста против полицейского произвола царского правительства. Во время первой империалистической войны он организовал лабораторию для разработки физических методов защиты от отравляющих газов [11].

В. К. Аркадьев, ведя педагогическую работу в Московском университете и руководя на протяжении своей жизни различными научными лабораториями, создал большую школу ученых в области магнетизма; ряд крупных советских ученых начинали свою работу под руководством В. К. Аркадьева. Большое внимание В. К. Аркадьев уделял и научно-общественной работе, он являлся организатором ряда совещаний и конференций [12], на которых часто рассматривались и чисто практические вопросы, связанные с техническим применением ферромагнетиков.

Несмотря на плохое состояние здоровья, В. К. Аркадьев до последних дней жизни занимался разработкой новых идей и смелых экспериментов. Одним из последних выдающихся опытов, задуманных и осуществленных по его идее, было наблюдение парения магнита над сверхпроводящей поверхностью [13]. Основываясь на этом по существу новом виде силового взаимодействия, В. К. Аркадьев выдвинул гипотезу о влиянии подобных сил на тела в космическом пространстве; некоторым вопросам астрофизики посвящены его работы 1950—1953 гг. [14]. Уже будучи тяжело больным, В. К. Аркадьев весной 1953 г. в докладе на заседании Ученого совета Физического факультета Московского гос. университета, посвященном «Дню радио», предложил новый метод генерирования миллиметровых и сантиметровых волн [17].

Краткие биографические сведения, подробная библиография и летопись работ В. К. Аркадьева приведены в книге о нем, изданной АН СССР [15]. Некролог, посвященный памяти В. К. Аркадьева, написанный одним из его учеников, проф. Н. Н. Маловым, опубливан в журнале «Успехи физических наук» [16]; другой некролог опубликован в журнале «Электричество» [17].

Цитированная литература

1. Аркадьев В. К., ЖРФ-ХО, ч. физ., 45, 54, 103 (1913).
2. Аркадьев В. К., ЖРФ-ХО, ч. физ., 45, 312 (1913).
3. Аркадьев В. К., в сборнике «Современные проблемы магнетизма», посвященном 10-летию Московской магнитной лаборатории, стр. 45.— ГНТИ, М.— Л., 1931.
4. Аркадьев В. К., Электромагнитные процессы в металлах, ч. I, 1934; ч. II, 1936.— ОНТИ, М.— Л.
5. Глаголева-Аркадьева А. А., Сборн. трудов.— Изд. АН СССР, М.— Л., 1948.
6. Аркадьев В. К., редакция сборников: а) «Исследование по электромагнетизму», ч. I, 1925; ч. II, 1926.— НТО ВСНХ; б) «Современные проблемы электромагнетизма», сборник, посвященный 10-летию Московской магнитной лаборатории.— ГНТИ, М.—Л., 1931; в) «Проблемы электротехнического металла».— Изд. АН СССР, М.— Л., 1938; г) «Практические проблемы электромагнетизма».— Изд. АН СССР, М.— Л., 1939; д) «Проблемы ферромагнетизма и магнетодинамики».— Изд. АН СССР, М.— Л., 1946.
7. Аркадьев В. К., ДАН СССР, 56, *8*, 803 (1947).
8. Завойский Е. К., Journ. of Phys. USSR, **10**, 197 (1946); ЖЭТФ, **17**, 883 (1947).
9. Griffiths J., Nature, 158, 670 (1946).
10. «Ферромагнитный резонанс», сборник статей под ред. С. В. Вонсовского.— ИЛ, М., 1952.
11. Аркадьев В. К., Научно-технические основы газовой борьбы. Лекции, читанные инструкторам по газовой обороне.— 2-е издание, 1915; 4-е издание, 1917.
12. Аркадьев В. К., Изв. АН СССР, Серия физич., **12**, 493 (1948).
13. Аркадьев В. К., Природа, *2*, 50 (1945); Journ. of Phys. USSR, 9, *2*, 148 (1945); Наука и жизнь, *1*, 20 (1947); Nature, Lond., **160**, *4062*, 330 (1947).
14. Аркадьев В. К., ДАН СССР, **71**, *5*, 843 (1950); 88, *2*, 225 (1953).
15. «В. К. Аркадьев» (краткая биография и очерк научной деятельности). Материалы к библиографии ученых СССР, серия физич., вып. 5.— Изд. АН СССР, М.— Л., 1950.
16. «В. К. Аркадьев» (некролог), УФН, 52, *3*,459 (1954).
17. «В. К. Аркадьев» (некролог), Электричество, *3*, 91 (1954).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

С. В. ВОНСОВСКИЙ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ФЕРРОМАГНЕТИЗМА ФЕРРИТОВ И АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМА.— I. КРИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩЕЙ ТЕОРИИ

1. В системе ферромагнитных тел ферриты (кристаллические тела с общей формулой $MeO.Fe_2O_3$, где Me — двухвалентный ион металла) могут быть выделены в особую группу веществ, обладающих рядом специфических особенностей. Эти особенности, отличающие ферриты от ферромагнитных металлов и сплавов и роднящие их, в известной смысле, с антиферромагнетиками, можно условно свести к:

а) Наличию антиферромагнитной связи между магнитноактивными ионами кристалла (т. е. между электронными спинами ионов металла и железа), весьма характерной для ферритов*, которая лишь в силу «неэквивалентности» магнитных моментов этих ионов приводит к отличной от нуля результирующей самопроизвольной намагниченности кристалла как к разностному эффекту. С этой особенностью ферритов тесно связана трудность решения проблемы об основном состоянии антиферромагнетика и проблемы разбиения кристалла на систему магнитных подрешеток.

б) Косвенному характеру обменной связи между магнитноактивными ионами, в которой существенную роль играют магнитнонейтральные ионы кислорода O^{--}, участие которых в обменной связи осуществляется через внешние части их электронных оболочек. Косвенный обмен представляет собой пример сильной связи между электронными спинами ионов не ближайших соседей в решетке, а следующих за ближайшими соседями (из второй координационной сферы). В этом случае начинают играть существенную роль процессы перехода электронов между соседними узлами решетки, а также и возбужденные состояния электронов. Этот тип обменной связи присущ всем ферритам и всем антиферромагнитным соединениям.

в) Полупроводниковому характеру электропроводности ферритов. Кристаллы ферритов являют собой своеобразный тип ионной решетки, в которой положительные ионы — это ионы металлических элементов переходных групп. Нормальному состоянию феррита соответствует отсутствие электронов проводимости, поэтому ферриты следует отнести к полупроводникам, однако наличие ионов с недостроенной оболочкой и возможность электронного упорядочения ионов различной валентности приводит к ряду особенностей в полупроводниковых свойствах этих веществ.

Естественно, что отмеченные три характерные особенности ферритов не исчерпывают всей спепифики этих веществ, однако именно они приводят к серьезным дополнительным трудностям, возникающим при попытках построения последовательной атомной теории ферромагнетизма ферритов, по сравнению с трудностями, уже имеющимися в квантовомеханической теории ферромагнетизма металлов и сплавов. Эти же трудности, или, по крайней мере, первые две из них, присущи и квантовой теории антиферромагнетизма. Поэтому представляет несомненный интерес проанализировать эти трудности теории ферромагнетизма ферритов и антиферромагнетизма и обсудить возможные пути их разрешения.

* Возможная ферромагнитная связь играет, как правило, подчиненную роль.

2. Остановимся прежде всего на проблеме косвенного обмена. Напомним общие кристаллохимические соотношения для типичного представителя ферромагнитных ферритов, имеющих кристаллографическую структуру шпинели типа $X^{++}Y_2^{+++}O_4^{--}$, т. е. так называемой 2—4 шпинели (прототип таких кристаллов — соединение $MgAl_2O_4$; X^{++} и Y^{+++}— соответственно двух- и трехвалентные ионы металлов, причем Y^{+++} соответствует Fe^{+++}). Ионы кислорода O^{--} образуют плотную гранецентрированную кубическую решетку. Между «объемистыми» отрицательными ионами остаются «тесные» междоузлия для «небольших» положительных ионов металлов. Различают два типа междоузлий: типа A, или театраэдрические,— в центре октантов элементарной ячейки (число их равно удвоенному числу ионов O^{--}, т. е. восьми на ячейку; они окружены четырьмя ионами O^{--}); типа B, или октаэдрические,— в центре ребер и центре элементарной ячейки (число их равно числу ионов O^{--}, т. е. четырем на элементарную ячейку; они окружены шестью ионами O^{--}). Элементарная ячейка в решетке шпинели имеет удвоенное ребро, ибо не все междоузлия заняты ионами металлов. А именно, на 32 иона O^{--} из всех 64 тетраэдрических междоузлий (тип A) занято только 8 мест ионами Y^{+++}, а из 32 октаэдрических междоузлий (тип B) занято только 16 мест поровну ионами X^{++} и Y^{+++}. Такое распределение ионов X и Y соответствует обращенной структуре шпинели:

$$\underset{\substack{8\\ A}}{Y^{+++}}\ \underset{\substack{16\\ B}}{(X^{++}Y^{+++})}\ \underset{32}{O_4^{--}}$$

(в случае нормальной структуры имеем $X^{++}(Y^{+++}Y^{+++})O_4^{--}$). Между ионами металлов, находящимися в узлах типа A и B и не являющимися ближайшими соседями, через посредство ионов O^{--} возникает сильная косвенная обменная связь.

Крамерс [1] еще в 1934 г. указал, что возможно существование обменной спиновой связи, в которой участвуют промежуточные немагнитные ионы. При этом он предположил, что существенную роль в этой связи играют «возбужденные» состояния промежуточных ионов, в которых эти ионы становятся парамагнитными. В качестве простейшего примера такой обменной связи можно рассмотреть, например, антиферромагнитный ионный кристалл $Mn^{++}O^{--}$ (решетка типа каменной соли). Кроме чисто ионного состояния, здесь необходимо учитывать «примесь» состояния, в котором по крайней мере один из p-электронов иона O^{--} переходит в d- или s-состояние иона Mn^{++}, который изменяет свою валентность (на Mn^{+}), а ион O^{--} становится парамагнитным и может уже участвовать в «магнитных» взаимодействиях (например обменных). Существуют две возможные конфигурации положения иона O^{--} и двух соседних с ним ионов Mn^{++}: в первой все три иона лежат на одной прямой (рис. 1,a), а во второй — прямые линии, соединяющие два иона Mn^{++} с ионом O^{--}, составляют прямой угол (рис. 1,$б$). Хотя ближайшее со едство между ионами Mn^{++} ($a\sqrt{2}$) соответствует второй конфигурации, тем не менее, как будет показано ниже, косвенный обмен идет за счет взаимодействия не между ближайшими соседями (рис. 1,$б$), а за счет взаимодействия с соседями из второй координационной сферы. Как следует из гиромагнитных отношений, орбитальные моменты в кристаллах «заморожены». Можно предполагать, что в нормальном состоянии в ионе O^{--} два электрона образуют замкнутую p-оболочку с гантелевидным распределением электронной плотности (рис. 2,a) вдоль оси, на которой лежат все три атома в конфигурации первого типа. Андерсон [2], используя серберовское обобщение дираковской векторной модели [3], рассмотрел возмущенную задачу для четырехэлектронной системы трех ионов. Наряду с основным состоянием (рис. 2,a), в котором, кроме двух p-электронов иона O^{--}, имеются еще два электрона d_1 и d_2 у ионов Mn^{++} на орбитах d-слоя, он учел также еще одно возбужденное состояние.

В силу большой удаленности ионов Mn^{++} волновые функции состояний d_1 и d_2 практически не перекрываются. Однако в силу взаимного перекрытия гантелевидного облака p-электронов с электронным облаком ионов Mn^{++} возможно сильное взаимодействие между электронами иона O^{--} и иона Mn^{++}. А именно, возможен, например, переход одного из p-электронов иона O^{--} в ион Mn^{++} в какое-то состояние d_1' (рис. 2,*б*). При этом необходимо предположить, что p-электрон, превратившийся при указанном переходе в d_1'-электрон, связан с d_1-электроном, уже имевшимся в ионе Mn^{++}, каким-то сильным взаимодействием, зави-

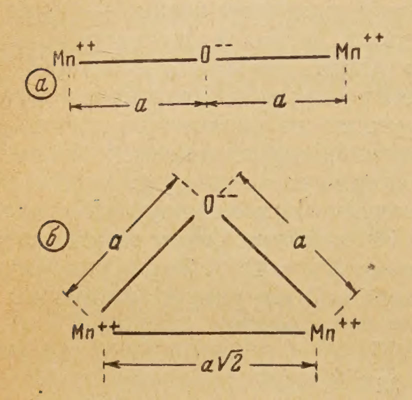


Рис. 1. Возможные конфигурации положения ионов O^{--} и Mn^{++} в решетке антиферромагнитного кристалла $Mn^{++}O^{--}$: *а*—все ионы на одной прямой; *б* — линии, соединяющие ионы Mn^{++} с ионом O^{--}, составляют прямой угол

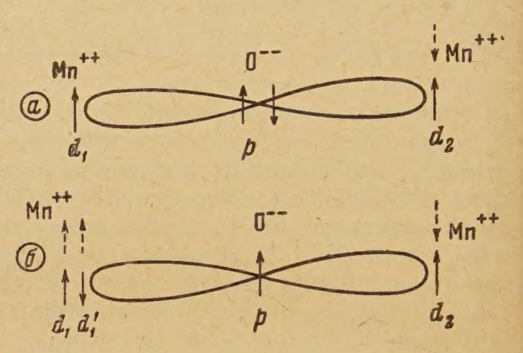


Рис. 2. Схематическое изображение распределения электронной плотности в молекуле $Mn_2^{++}O^{--}$: *а* — случай учета двух магнитных электронов (d_1 и d_2), пунктирной стрелкой показана возможность перехода одного из них в возбужденное состояние; *б* —случай перехода одного из p-электронов из иона O^{--} в ион Mn^{++} (состояние d_1')

сящим от спина. Иначе говоря, здесь может иметь место, например, обменное взаимодействие, приводящее к расщеплению энергетического уровня,— а именно, энергии этой пары $d_1 + d_1'$ в синглетном и триплетном состояниях оказываются отличными:

$$E_{\uparrow\downarrow}(d_1, d_1')_{\text{сингл}} \neq E_{\uparrow\uparrow}(d_1, d_1')_{\text{трипл}}.$$

Качественно теперь уже просто описать процесс, определяющий косвенный обмен. Основному состоянию четырехэлектронной системы соответствуют только два спиновых состояния — синглетное (результирующий спин равен нулю) или триплетное (результирующий спин равен единице), поскольку два электрона в p-состоянии иона O^{--} всегда антипараллельны. Допустим, ради определенности, что p-электрон, попав в ион Mn^{++}, имеет спин, антипараллельный спинам имеющихся там d_1-электронов; тогда и в возбужденном состоянии четырехэлектронной системы также имеются только синглет и триплет (в общем случае имеются два синглетных, три триплетных и одно состояние со спином 2). В основном состоянии нет расщепления между синглетным и триплетным состояниями, поскольку ион O^{--} имеет замкнутую оболочку, а ионы Mn^{++} в силу удаленности не взаимодействуют. Напротив, в возбужденном состоянии четырехэлектронной системы имеет место расщепление между синглетной и триплетной конфигурациями спинов, ибо в этом случае может быть заметное обменное взаимодействие между оставшимся p-электроном в ионе O^{--} и d_2-электроном во втором ионе Mn^{++}. Волновая функция системы в первом прибли-

жении имеет вид линейной комбинации функций основного ($\psi_{осн}$) и возбужденного ($\psi_{возб}$) состояний:

$$\psi^{1,3} = a\,\psi^{1,3}_{осн} + b\,\psi^{1,3}_{возб}; \qquad (1)$$

при этом в силу известных правил отбора синглетное «1» и триплетное «3» состояния не комбинируют. В результате решения задачи возмущения для четырехэлектронной системы в выражении для энергии, наряду с квазиклассическим электростатическим взаимодействием, получается обменный член:

$$\hat{W} = -2A_{косв}\,(\hat{S}_{d_1}\cdot\hat{S}_{d_2}), \qquad (2)$$

зависящий от взаимной ориентации спинов электронов ионов Mn^{++}. При этом

$$A_{косв} = [E^{-2}_{\uparrow\downarrow} - E^{-2}_{\uparrow\uparrow}]\,\rho^2 J, \qquad (3)$$

где $E_{\uparrow\downarrow}$ и $E_{\uparrow\uparrow}$ — энергии соответственно синглетного и триплетного состояний двух электронов d_1 и d_1' в ионе Mn^{++},

$$\rho = \int \psi_{d_1}(\mathbf{r})\,\hat{H}\,\psi_p(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}$$

— интеграл переноса электрона из иона O^{--} в ион Mn^{++}, а

$$J = \int \psi_{d_2}(\mathbf{r}_1)\,\psi_p(\mathbf{r}_2)\hat{H}\psi_{d_2}(\mathbf{r}_2)\,\psi_p(\mathbf{r}_1)\,d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2$$

— обычный интеграл обмена между электронами иона O^- и Mn^{++}.

Таким образом, из формулы (2) ясно видно, что косвенный обмен представляет собой энергетическую поправку т р е т ь е г о приближения.

Приведенное схематическое объяснение косвенного обмена, хотя и качественно, но, повидимому, правильно, описывает характер этого взаимодействия в кристалле, однако оно с количественной стороны совершенно недостаточно в силу своего грубо приближенного характера. Делались некоторые попытки уточнения этой схемы расчета путем учета того обстоятельства, что в ионах металлов фактически имеется гораздо больше, чем предположено схемой расчета, активных (в магнитном отношении) электронов (см., например, [4]). Однако до сих пор косвенный обмен не учитывается в последовательной многоэлектронной трактовке антиферромагнетизма и ферромагнетизма. Во всех многоэлектронных расчетах отрицательные ионы по существу игнорируются, и их наличие в кристаллической решетке учитывается лишь при помощи некоторой «константы», а именно интеграла косвенного обмена. Это обстоятельство вызвано большими математическими трудностями, возникающими при попытках обобщения многоэлектронной схемы расчета на случай антиферромагнетиков (не чистых металлов) и ферромагнитных ферритов. Первоочередной задачей, решение которой подготовило бы «позиции» для построения последовательной многоэлектронной теории косвенного обмена, является задача кристалла, в котором все или определенная группа узлов решетки имеют замкнутую электронную оболочку. Результаты расчета для такой модели в сочетании с обычными расчетами по теории ферромагнетизма (для незамкнутых оболочек узлов) и дадут возможность построить более последовательную многоэлектронную модель кристаллов с косвенным обменом. Наиболее строгий путь для такого обобщения указан в общем методе трактовки многоэлектронной задачи по методу Боголюбова—Тябликова [5].

3. В квантовомеханической теории ферритов и антиферромагнетиков, как указывалось выше, возникает большая трудность в связи с определением энергии основного состояния. В случае обычных ферромагнетиков такой трудности нет, ибо в них основному состоянию системы отвечает макси-

мально возможное значение магнитного насыщения, т. е. полный параллельный порядок спиновых моментов (если пренебречь малым возмущающим влиянием магнитного взаимодействия между электронами). Трудность определения энергии основного состояния ферритов и антиферромагнетиков заключается в том, что до сих пор не доказано, что состояние идеального антиферромагнитного порядка в кристаллической решетке соответствует минимуму ее энергии. В конечном счете эта трудность является трудностью обоснования введения в теорию понятия о магнитных подрешетках в ферритах и антиферромагнетиках. Эта трудность была отмечена автором еще в 1940 г. [6] в связи с критикой работы Ф. Биттера [7] по теории ферромагнитных сплавов. Аналогичная критика была также дана В. Е. Рудницким [8]. В рамках теории спиновых волн (или ферромагнонов) эта трудность сводится к тому, что остается неясным, почему можно «привязывать» антиферромагноны лишь к одной подрешетке. Наиболее последовательно, но, к сожалению, весьма кратко, этот вопрос был рассмотрен Н. Н. Боголюбовым и С. В. Тябликовым [9], которые показали, что разбиение на магнитные подрешетки законно только в том случае, когда обменный интеграл между ближайшими узлами решетки по абсолютной величине мал по сравнению с интегралом обмена для двух ближайших узлов одной и той же подрешетки. В случае решеток с немагнитными ионами естественно, что проблема разделения на подрешетки оказывается тесно связанной с проблемой косвенного обмена (см. п. 2).

Следует отметить, что, несмотря на отсутствие строгого обоснования гипотезы магнитных подрешеток, опыт, повидимому, подтверждает существование антиферромагнитного порядка спиновых моментов (опыты по диффракции нейтронов [10]). Точно так же и теоретические расчеты, в которых принимается гипотеза подрешеток, хорошо согласуются с опытными данными [4].

Андерсон [11], исходя из простых соображений, показал, что истинная энергия основного состояния антиферромагнетика, E_g, меньше энергии, вычисляемой по гипотезе магнитных подрешеток и равной $-\frac{1}{2}NzJs^2$, где N — число узлов в единице объема, J — интеграл обмена, z — координационное число решетки и s — спиновое квантовое число магнитного иона. Кроме того, Андерсон определил нижний предел энергии, который отличается фактором $\left(1+\frac{1}{zs}\right)$. Таким образом, имеют место неравенства:

$$-\frac{1}{2}NzJs^2 > E_g > -\frac{1}{2}NzJs^2\left(1+\frac{1}{zs}\right). \qquad (4)$$

Из (4) видно, что ошибка в определении энергии основного состояния по гипотезе подрешеток не так уже велика. Например, для частного случая $z=8$ и $s={}^5/_2$ она составляет всего 5%. Более подробно этот вопрос разобран Андерсоном в его следующей работе [12], в которой энергия основного состояния была определена в приближении теории антиферромагнонов, и, кроме того, учитывалось, что магнитный момент (спин) подрешетки не является интегралом движения.

Несмотря на указанные обстоятельства, пока еще нельзя считать, что мы располагаем строгим решением задачи об основном и слабо возбужденных состояниях даже для чистых антиферромагнетиков, не говоря уже о ферритах и антиферромагнетиках с косвенным обменом.

В связи с указанной трудностью квантовомеханической теории ферритов и антиферромагнетиков возникает еще одно затруднение. Уже в случае обычной теории ферромагнетизма возникали известные трудности с расходимостями при вычислении термодинамических величин (например

результирующей намагниченности решетки) для одномерной и двумерной решеток. В случае двумерной решетки эта трудность снимается, если учесть магнитное взаимодействие. Физическая причина этих расходимостей лежит в квантовом эффекте «нулевых колебаний», которые автоматически разрушают магнитный порядок. В антиферромагнетиках эти затруднения усугубляются — расходимости при вычислениях термодинамических величин возникают и для трехмерной решетки. Поэтому, строго говоря, задачу антиферромагнетизма принципиально нельзя рассматривать в приближении только одних изотропных электрических взаимодействий, — необходимо сразу же учитывать и анизотропное магнитное взаимодействие. До сих пор не была развита последовательная многоэлектронная схема, в которой бы с самого начала наряду с электрическим взаимодействием учитывалось бы и магнитное.

Наконец, следует сделать еще одно замечание по поводу особенностей квантовомеханической теории спиновых волн для ферритов и антиферромагнетиков. Дело в том, что при переходе от случая нормальных ферромагнетиков к ферритам и антиферромагнетикам меняется и сам характер спиновых волн. Математически это сказывается прежде всего в том, что для слабых возбуждений системы спинов решетки дисперсионный закон, т. е. связь между энергией и квази-импульсом элементарных возбуждений, оказывается различным для ферромагнонов и антиферромагнонов. В случае ферромагнонов связь между частотой (энергией) и волновым числом (квази-импульсом) имеет квадратичный характер (конечно, для малых квази-импульсов), а в случае антиферромагнонов эта же связь носит линейный характер (в том же приближении). Это различие в дисперсионных законах приводит к различию в температурных зависимостях статических и кинетических макроскопических величин ферромагнетиков и антиферромагнетиков. Весьма наглядное объяснение причины различия дисперсионных законов для ферромагнитных и антиферромагнитных кристаллов дали недавно Кеффер, Каплан и Яфет [15], показавшие, что это различие обусловлено различием в сдвигах фаз у соседних прецессирующих спинов при малых отклонениях от полного насыщения и при наличии двух почти насыщенных подрешеток. Представляет несомненный интерес обобщение этого объяснения на случай ферритов, обладающих как подрешетками, так и результирующей намагниченностью (при температурах ниже точки Кюри).

4. До сих пор совершенно не исследован вопрос об электрических свойствах антиферромагнетиков. Что касается ферритов, то здесь имеются лишь первые попытки теоретической трактовки электрических свойств на основе одноэлектронной модели, которая не пригодна для трактовки их ферро- или антиферромагнитных свойств (см., например, обзор [14]). Вместе с тем совокупное рассмотрение магнитных и электрических свойств этих веществ в единой и последовательно многоэлектронной схеме представляет несомненный интерес. Прежде всего следует обратить внимание на то, что среди антиферромагнетиков имеются металлы переходных групп (например хром и, повидимому, марганец). Поэтому можно попытаться применить к этому типу антиферромагнетиков модель взаимодействующих внешних и внутренних электронов переходных металлов [15]. Антиферромагнитные соединения и большинство ферритов являются полупроводниками, хотя среди них есть вещества (например магнетит), которые нельзя считать типичными электронными полупроводниками. До сих пор нет единой трактовки полупроводниковых и магнитных свойств этих веществ, если не считать весьма приближенной теории автора и Е. Н. Агафоновой [16]. Выяснение деталей электрических свойств ферритов и их связи с магнитными свойствами представляет собой весьма сложную, но вместе с тем важную для развития теории и практических применений ферритов задачу. Среди весьма интересных особенностей ферритов следует отметить так называемое явление электронного упорядочения, которое сводится

к упорядоченному расположению ионов различной валентности по однотипным узлам решетки. В частности, существование такого явления у магнетита, повидимому, следует считать строго доказанным*. Электрические свойства ферритов также целесообразно исследовать при помощи обобщенной модели кристалла по методу Боголюбова—Тябликова [5].

Институт физики металлов
Уральского филиала АН СССР

Получено редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Kramers H. A., Physica, 1, 182 (1933).
2. Anderson P. W., Phys. Rev., 79, 350 (1950).
3. Serber R., Phys. Rev., 45, 461 (1934).
4. Van Vleck J. H., Journ. de phys. et rad., 12, 262 (1951).
5. Боголюбов Н. Н. и Тябликов С. В., ЖЭТФ, 19, 251 (1949); Боголюбов Н. Н., Лекції з квантовоі статистики.— Изд. «Радянська Школа».— Киев, 1949 (укр. яз.).
6. Вонсовский С. В., ДАН СССР, 26, 564 (1940); ЖТФ, 18, 131 (1948).
7. Bitter F., Phys. Rev., 54, 79 (1938).
8. Рудницкий В. Е., ЖЭТФ, 10, 63 (1940).
9. Боголюбов Н. Н. и Тябликов С. В., ЖЭТФ, 19, 256 (1949).
10. Shull C. G. a. Smart I. S., Phys. Rev., 76, 1256 (1949).
11. Anderson P. W., Phys. Rev., 83, 1260 (1951).
12. Anderson P. W., Phys. Rev., 86, 694 (1952).
13. Keffer F., Kaplan H. a. Yafet, Am. Journ. Phys., 21, 250 (1953).
14. Буш Г., УФН, 47, 258 (1952).
15. Вонсовский С. В., ЖЭТФ, 16, 981 (1946); Вонсовский С. В. и Туров Е. А., ЖЭТФ, 24, 419 (1953).
16. Вонсовский С. В. и Агафонова Е. Н., статья в сборнике, посвященном 70-летию акад. А. Ф. Иоффе, стр. 92.— Изд. АН СССР, М.—Л., 1950.
17. Сноек Я., Исследования в области новых ферромагнитных материалов, стр. 190—194.— ИЛ, М., 1949.

* См., например, примечания редактора в книге [17]

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

С. В. ВОНСОВСКИЙ и Ю. М. СЕИДОВ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ФЕРРОМАГНЕТИЗМА ФЕРРИТОВ И АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМА. II. КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ФЕРРИТОВ

1. В первой части настоящего исследования [1] были указаны основные особенности ферромагнетизма в веществах типа ферритов. В данной работе изложены результаты квантовомеханической трактовки явления ферромагнетизма ферритов в области низких температур (приближение ферромагнонов). В качестве исходной модели мы выбираем наиболее последовательную многоэлектронную схему, предложенную Н. Н. Боголюбовым и С. В. Тябликовым [2]. Ферромагнитные ферриты обладают кристаллической решеткой типа шпинели. Отрицательные магнитно-нейтральные ионы кислорода O^{--} образуют гранецентрированную кубическую решетку, а в двух типах междоузлий этой решетки — тетраэдрических (тип A) и октаэдрических (тип B) — расположены положительные двух- и трехвалентные ионы металлов переходных групп. Ниже мы будем рассматривать лишь структуру обращенной шпинели, когда тетраэдрические междоузлия (восемь в элементарной ячейке) заняты трехвалентными ионами железа Fe^{+++}, а шестнадцать октаэдрических междоузлий в элементарной ячейке заняты наполовину этими же ионами Fe^{+++} и наполовину двухвалентными ионами переходного металла Me^{++}.

При строгом решении задачи, как это указывалось в [1], необходимо было бы в исходной модели учесть активную роль ионов O^{--} в явлении косвенного обмена. Однако для первой ориентации мы не будем усложнять расчет и просто примем факт существования косвенного обмена. Поэтому в уравнениях не будут явно учитываться электроны замкнутой оболочки ионов O^{--} — они неявно учтены в вводимых в теорию интегралах косвенного обмена.

Оператор энергии $\hat{H}$ системы N взаимодействующих электронов, движущихся в поле N положительных ионов, в координатном представлении имеет вид:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\sum_{j=1}^{N}\Delta_j + \sum_{n_k,\, j}^{N} G(\mathbf{q}_j - \mathbf{n}_k) + \sum_{j<j'}^{N} V(|\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_{j'}|), \tag{1,1}$$

где m — масса электрона, $2\pi\hbar$ — квант действия, Δ_j — оператор Лапласа электрона j, $\mathbf{q}_j$ и $\mathbf{n}_k$ — соответственно радиусы-векторы электрона j и иона k, $G(\mathbf{q}_j - \mathbf{n}_k)$ — потенциал взаимодействия электрона j с ионом k, $V(|\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_{j'}|)$ — потенциал взаимодействия электронов j и j'. В представлении вторичного квантования (1,1) запишется в виде [2, 3]:

$$\hat{H} = U_0 + \sum_{(f\sigma,\, f'\sigma')} L(f, f')\, \hat{a}^{+}_{f\sigma}\hat{a}_{f'\sigma'} + \sum_{(f_1\sigma_1,\, f_2\sigma_2;\, f'_1\sigma'_1,\, f'_2\sigma'_2)} F(f_1 f_2;\, f'_1 f'_2)\, \hat{a}^{+}_{f_1\sigma_1}\hat{a}^{+}_{f_2\sigma_2}\hat{a}_{f'_2\sigma'_2}\hat{a}_{f'_1\sigma'_1}. \tag{1,2}$$

Здесь U_0 — аддитивная постоянная (энергия ионов), f — номера одноэлектронных состояний, σ — спиновая переменная, равная $\pm 1/2$, $\hat{a}^+_{f\sigma}$, $\hat{a}_{f\sigma}$ — ферми-операторы вторичного квантования, $L(f, f')$ и $F(f_1 f_2;\ f_1' f_2')$ — матричные элементы соответственно аддитивной и бинарной частей оператора (1,1) в исходной системе одночастичных функций. Среди матричных элементов $F(f_1 f_2;\ f_1' f_2')$ имеются также и интегралы косвенного обмена. Индексы f пробегают три ряда различных значений: $\frac{N}{3}$ тетраэдрических междоузлий $t_1, \ldots, t_i, \ldots, t_{\frac{N}{3}}$, занятых ионами Fe^{+++}, $\frac{N}{3}$ октаэдрических междоузлий $r_1, \ldots, r_i, \ldots, r_{\frac{N}{3}}$, занятых ионами Fe^{+++}, $\frac{N}{3}$ октаэдрических междоузлий $s_1, \ldots, s_i, \ldots, s_{\frac{N}{3}}$, занятых ионами Me^{++}. Введем далее условие «квази-гомеополярности»:

$$\sum_{(\sigma)} \hat{a}^+_{f\sigma} \hat{a}_{f\sigma} = 1, \tag{1,3}$$

т. е. будем считать, что у всех перечисленных типов узлов находится по одному электрону, принимающему активное участие в ферромагнетизме*. Используя условие (1,3) и теорию возмущения по Н. Н. Боголюбову [3], можно перейти от ферми-амплитуд к бозе-амплитудам спинового отклонения [6]. При этом принимается, что тетраэдрические и октаэдрические междоузлия кристаллической решетки феррита образуют две магнитные подрешетки, которые в основном состоянии (0° K) намагничены самопроизвольно до насыщения, поскольку подрешетки феррита не эквивалентны (на одно тетраэдрическое междоузлие приходится два октаэдрических), то решетка в целом имеет отличную от нуля (в противоположность антиферромагнетику с эквивалентными подрешетками) результирующую самопроизвольную намагниченность.

Как известно, формулы перехода от ферми- ($\hat{a}_{f\sigma}$) к бозе-операторам ($\hat{b}_{f\sigma}$, $\hat{c}_{f\sigma}$) имеют вид [7]:

$$\left.\begin{aligned}
&\hat{a}^+_{t_i,-\frac12}\hat{a}_{t_i,\frac12} = (2s)^{\frac12} f(\hat{n}_{t_i})\,\hat{b}_{t_i}, && \hat{a}^+_{r_i,-\frac12}\hat{a}_{r_i,\frac12} = (2s)^{\frac12}\,\hat{c}^+_{r_i} f(\hat{n}_{r_i}),\\
&\hat{a}^+_{t_i,\frac12}\hat{a}_{t_i,-\frac12} = (2s)^{\frac12}\,\hat{b}^+_{t_i} f(\hat{n}_{t_i}), && \hat{a}^+_{r_i,\frac12}\hat{a}_{r_i,-\frac12} = (2s)^{\frac12} f(\hat{n}_{r_i})\,\hat{c}_{r_i},\\
&\hat{a}^+_{t_i,\frac12}\hat{a}_{t_i,\frac12} = \frac12(1 - s + \hat{n}_{t_i}), && \hat{a}^+_{r_i,\frac12}\hat{a}_{r_i,\frac12} = \frac12(1 + s - \hat{n}_{r_i}),\\
&\hat{a}^+_{t_i,-\frac12}\hat{a}_{t_i,-\frac12} = \frac12(1 + s - \hat{n}_{t_i}); && \hat{a}^+_{r_i,-\frac12}\hat{a}_{r_i,-\frac12} = \frac12(1 - s + \hat{n}_{r_i}):\\
&\text{(для тетраэдрических междоузлий)} && \text{(для октаэдрических междоузлий,}\\
& && \text{занятых ионами } Fe^{+++})
\end{aligned}\right\} \tag{1,3'}$$

* Это, конечно, является приближением, поскольку ионы Fe^{+++} и Me^{++} имеют разное число магнитно-активных электронов, в общем случае отличное от единицы. Кроме того, эти ионы имеют и различную электронную конфигурацию. Однако можно ожидать, что учет этих обстоятельств вряд ли изменит конечный результат вычислений. Обращаем внимание в связи с этим на работу Сербера [4], а также Е. И. Кондорского и А. С. Пахомова [5].

$$\left.\begin{aligned} \hat{a}^{+}_{s_i,-\frac{1}{2}}\hat{a}_{s_i,\frac{1}{2}} &= (2s)^{\frac{1}{2}}\hat{c}^{+}_{s_i} f(\hat{n}_{s_i}),\\ \hat{a}^{+}_{s_i,\frac{1}{2}} a_{s_i,-\frac{1}{2}} &= (2s)^{\frac{1}{2}} f(\hat{n}_{s_i})\hat{c}_{s_i},\\ \hat{a}^{+}_{si,\frac{1}{2}} a_{s_i,\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2}(1+s-\hat{n}_{s_i}),\\ \hat{a}^{+}_{s_i,-\frac{1}{2}}\hat{a}_{s_i,-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2}(1-s+\hat{n}_{s_i}), \end{aligned}\right\} \qquad (1,4'')$$

(для октаэдрических междоузлий, занятых ионами Me^{++})

где s — спиновое квантовое число иона,

$$\hat{n}_{t_i} = \hat{b}^{+}_{t_i}\hat{b}_{t_i}, \quad \hat{n}_{r_i} = \hat{c}^{+}_{r_i}\hat{c}_{r_i}, \quad \hat{n}_{s_i} = \hat{c}^{+}_{si}\hat{c}_{s_i} \qquad (1,5)$$

— операторы спинового отклонения в узлах t_i, r_i и s_i, а

$$f(\hat{n}) = \left[1 - \frac{\hat{n}}{2s}\right]^{\frac{1}{2}};$$

для слабых возбуждений системы (вблизи 0° K) можно принять, что

$$f(\hat{n}) \approx 1. \qquad (1,6)$$

Переходя к новым операторам Бозе и используя (1,6), вместо (1,2) получим:

$$\begin{aligned} \hat{H} = \hat{H}_0 &+ s\sum_{t_i<t_{i'}} J_{t_i t_{i'}}(\hat{b}^{+}_{t_i}\hat{b}_{t_{i'}} - \hat{b}^{+}_{t_i}\hat{b}_{t_i}) + s\sum_{r_i<r_{i'}} J_{r_i r_{i'}}(\hat{c}^{+}_{r_i}\hat{c}_{r_{i'}} - \hat{c}^{+}_{r_i}\hat{c}_{r_i}) +\\ &+ s\sum_{s_i<s_{i'}} J_{s_i s_{i'}}(\hat{c}^{+}_{s_i}\hat{c}_{s_{i'}} - \hat{c}^{+}_{s_i}\hat{c}_{s_i}) + \frac{s}{2}\sum_{t_i, r_i} J_{t_i r_i}[(\hat{b}_{t_i}\hat{c}_{r_i} + \hat{b}^{+}_{t_i}\hat{c}^{+}_{r_i}) +\\ &+ (\hat{b}^{+}_{t_i}\hat{b}_{t_i} + \hat{c}^{+}_{r_i}\hat{c}_{r_i})] + \frac{s}{2}\sum_{t_i, s_i} J_{t_i s_i}[(\hat{b}_{t_i}\hat{c}_{s_i} + \hat{b}^{+}_{t_i}\hat{c}^{+}_{s_i}) + (\hat{b}^{+}_{t_i}\hat{b}_{t_i} + \hat{c}^{+}_{s_i}\hat{c}_{s_i})] +\\ &+ \frac{s}{2}\sum_{r_i, s_j} J_{r_i s_i}[(\hat{c}^{+}_{r_i}\hat{c}_{s_i} - \hat{c}^{+}_{r_i}\hat{c}_{r_i}) + (\hat{c}^{+}_{r_i}\hat{c}_{s_i} - \hat{c}^{+}_{s_i}\hat{c}_{s_i})], \end{aligned} \qquad (1,7)$$

где в $\hat{H}_0$ входят все члены, не зависящие от операторов $\hat{b}$ и $\hat{c}$. $J_{t_i t_{i'}}$, $J_{r_i r_{i'}}$, $J_{s_i s_{i'}}$, $J_{t_i r_i}$, $J_{t_i s_i}$, $J_{r_i s_i}$ — интегралы обмена между соответствующими узлами внутри подрешеток и между подрешетками.

Произведем еще одно унитарное преобразование гамильтониана (1,7) и перейдем к операторам, являющимся фурье-компонентами операторов $\hat{b}$ и $\hat{c}$:

$$\left.\begin{aligned} &\hat{b}_{t_i} = \left(\frac{3}{N}\right)^{\frac{1}{2}}\sum_{\lambda} e^{-i(\mathbf{k}_\lambda\cdot\mathbf{R}_{t_i})}\hat{b}_\lambda,\\ \hat{c}_{r_i} = \left(\frac{3}{N}\right)^{\frac{1}{2}}\sum_{\lambda} e^{-i(\mathbf{k}_\lambda\cdot\mathbf{R}_{r_i})}\hat{c}_\lambda, \quad &\hat{c}_{s_i} = \left(\frac{3}{N}\right)^{\frac{1}{2}}\sum_{\lambda} e^{-i(\mathbf{k}_\lambda\cdot\mathbf{R}_{s_i})}\hat{c}_\lambda. \end{aligned}\right\} \qquad (1,8)$$

Введя сокращенные обозначения:

$$\left.\begin{aligned} A_\lambda &= -N^{-1}s\left\{\sum_{t_i<t_{i'}} J_{t_i t_{i'}}[1-\exp i\mathbf{k}_\lambda(\mathbf{R}_{t_i}-\mathbf{R}_{t_{i'}})] - \frac{1}{2}\sum_{t_i, r_i} J_{t_i r_i} - \frac{1}{2}\sum_{t_i, s_i} J_{t_i s_i}\right\},\\ B_\lambda &= -N^{-1}s\left\{\frac{1}{2}\sum_{t_i, s_i} J_{t_i s_i}\exp i\mathbf{k}_\lambda(\mathbf{R}_{t_i}-\mathbf{R}_{s_i}) - \frac{1}{2}\sum_{t_i, r_i} J_{t_i r_i}\exp i\mathbf{k}_\lambda(\mathbf{R}_{t_i}-\mathbf{R}_{r_i})\right\},\\ D_\lambda &= -N^{-1}s\left\{\sum_{r_i<r_{i'}} J_{r_i r_{i'}}[1-\exp i\mathbf{k}_\lambda(\mathbf{R}_{r_i}-\mathbf{R}_{r_{i'}})] + \sum_{s_i<s_{i'}} J_{s_i s_{i'}}[1-\exp i\mathbf{k}_\lambda(\mathbf{R}_{s_i}-\right.\\ &\left.-\mathbf{R}_{s_{i'}})] + \sum_{r_i s_i} J_{r_i s_i}[1-\exp i\mathbf{k}_\lambda(\mathbf{R}_{r_i}-\mathbf{R}_{s_i})] - \frac{1}{2}\sum_{t_i r_i} J_{t_i r_i} - \frac{1}{2}\sum_{t_i s_i} J_{t_i s_i}\right\}. \end{aligned}\right\} \qquad (1,9)$$

Тогда оператор энергии системы (1,7) в сокращенной записи будет равен:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \sum_\lambda A_\lambda \hat{b}_\lambda^+ \hat{b}_\lambda + \sum_\lambda B_\lambda \hat{b}_\lambda \hat{c}_\lambda + \sum_\lambda B_\lambda^* \hat{b}_\lambda^+ \hat{c}_\lambda^+ + \sum_\lambda D_\lambda \hat{c}_\lambda^+ \hat{c}_\lambda. \quad (1,10)$$

Для нахождения спектра энергии элементарных возбуждений (ферромагнонов) оператор (1,10) необходимо диагонализировать. С этой целью произведем еще одно унитарное преобразование к эрмитовым операторам $\hat{Q}_\lambda$, $\hat{P}_\lambda$, $\hat{R}_\lambda$ и $\hat{S}_\lambda$:

$$\hat{b}_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}_\lambda + i\hat{P}_\lambda), \quad \hat{c}_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{R}_\lambda + i\hat{S}_\lambda). \quad (1,11)$$

Легко показать, что перестановочные соотношения для новых операторов имеют вид:

$$\hat{Q}_\lambda \hat{P}_{\lambda'} - \hat{P}_{\lambda'} \hat{Q}_\lambda = i\delta_{\lambda\lambda'}, \quad \hat{R}_\lambda \hat{S}_{\lambda'} - \hat{S}_{\lambda'} \hat{R}_\lambda = i\delta_{\lambda\lambda'}. \quad (1,12)$$

Тогда оператор (1,10) (с точностью до аддитивной постоянной) запишется в виде:

$$\hat{H} = \text{const} - \frac{1}{2}\sum_\lambda (A_\lambda + D_\lambda) + \frac{1}{2}\sum_\lambda A_\lambda (\hat{Q}_\lambda^2 + \hat{P}_\lambda^2) +$$
$$+ \sum_\lambda B_\lambda (\hat{Q}_\lambda \hat{R}_\lambda - \hat{P}_\lambda \hat{S}_\lambda) + \frac{1}{2}\sum_\lambda D_\lambda (\hat{R}_\lambda^2 + \hat{S}_\lambda^2). \quad (1,13)$$

Для окончательной диагонализации (1,13) приходится произвести последнее унитарное преобразование к операторам $\hat{q}_{1\lambda}$, $\hat{p}_{1\lambda}$ и $\hat{q}_{2\lambda}$, $\hat{p}_{2\lambda}$:

$$\left.\begin{aligned} \hat{Q}_\lambda &= (1 +)^{-1}(w\hat{q}_{1\lambda} + \hat{q}_{2\lambda}), & \hat{R}_\lambda &= (1 + w)^{-1}(\hat{q}_{1\lambda} + w\hat{q}_{2\lambda}), \\ \hat{P}_\lambda &= (1 - w)^{-1}(-w\hat{p}_{1\lambda} + \hat{p}_{2\lambda}), & \hat{S}_\lambda &= (1 - w)^{-1}(\hat{p}_{1\lambda} - w\hat{p}_{2\lambda}), \end{aligned}\right\} \quad (1,14)$$

где параметр w будет выбран ниже. После подстановки (1,14) в (1,13) получим:

$$\hat{H} = \text{const} - \frac{1}{2}\sum_\lambda (A_\lambda + D_\lambda) + \frac{1}{2}\sum_\lambda \{(A_\lambda w^2 + D_\lambda + 2B_\lambda w) \times$$
$$\times [(1 + w)^{-2}\hat{q}_{1\lambda}^2 + (1 - w)^{-2}\hat{p}_{1\lambda}^2] + (A_\lambda + D_\lambda w^2 + 2B_\lambda w) \times$$
$$\times [(1 + w)^{-2}\hat{q}_{2\lambda}^2 + (1 - w)^{-2}\hat{p}_{2\lambda}^2]\}. \quad (1,15)$$

Таким образом, мы привели оператор системы электронов к аддитивной сумме операторов гармонических осцилляторов, которые и представляют элементарные возбуждения системы — ферромагноны. Параметр w определяется из квадратных уравнений:

$$w^2 \pm (A_\lambda - D_\lambda) w - A_\lambda D_\lambda + B_\lambda^2 = 0. \quad (1,16)$$

Собственные значения оператора энергии системы (1,15) будут равны:

$$E = \text{const} - \frac{1}{2}\sum_\lambda \left[A_\lambda + D_\lambda - \sqrt{(A_\lambda + D_\lambda)^2 - 4B_\lambda^2}\right] +$$
$$+ \frac{1}{2}\sum_\lambda n_{1\lambda}\left[D_\lambda - A_\lambda + \sqrt{(A_\lambda + D_\lambda)^2 - 4B_\lambda^2}\right] +$$
$$+ \frac{1}{2}\sum_\lambda n_{2\lambda}\left[A_\lambda - D_\lambda + \sqrt{(A_\lambda + D_\lambda)^2 - 4B_\lambda^2}\right]. \quad (1,17)$$

2. Найдем теперь дисперсионный закон для ферритов, т. е. связь энергии ферромагнона с квази-импульсом k_λ. Для этого раскроем сокра-

щенные обозначения (1,9), пользуясь для интегралов обмена J приближением ближайших соседей, а также используя предположение о малости квази-импульса ферромагнонов (низкие температуры); это дает:

$$\left.\begin{aligned} A_\lambda &= -\frac{s}{6}\left[J_{tt}(a_1k_\lambda)^2 - z_{tr}J_{tr} - z_{ts}J_{ts}\right],\\ B_\lambda &= -\frac{s}{12}\left[\frac{1}{2}J_{ts}(a_2k_\lambda)^2 + \frac{1}{2}J_{tr}(a_3k_\lambda)^2 - z_{ts}J_{ts} - z_{tr}J_{tr}\right],\\ D_\lambda &= -\frac{s}{6}\left[J_{rr}(a_4k_\lambda)^2 + J_{ss}(a_5k_\lambda)^2 + J_{rs}(a_6k_\lambda)^2 - z_{tr}J_{tr} - z_{ts}J_{ts}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (2,1)$$

Здесь a_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ — расстояния между ближайшими соседними междоузлиями различного типа (tt, ts, tr, rr, ss, rs); z_{tt}, z_{ts}, z_{rr}, z_{ss}, z_{tr} и z_{rs} — координационные числа для различных типов соседств. Введем сокращенные обозначения:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= -\frac{s}{6}\left(J_{rr}l_4^2 + J_{ss}l_5^2 + J_{rs}l_6^2\right), & \alpha + \beta' &= u,\\ \beta' &= -\frac{s}{6}J_{tt}, & \alpha - \beta' &= v,\\ b &= -\frac{s}{3}\left(z_{tr}J_{tr} + z_{ts}J_{ts}\right), & 2b(c-u) &= d,\\ c &= -\frac{s}{6}\left(J_{ts}l_2^2 + J_{tr}l_3^2\right), & l_i &= \frac{a_i}{a_1}, \quad (i = 2, 3, 4, 5, 6). \end{aligned}\right\} \quad (2,2)$$

Тогда вместо (1,17) находим:

$$E = \text{const} - \frac{1}{2}\sum_\lambda\left[u(a_1k_\lambda)^2 - b - (a_1k_\lambda)\sqrt{(u^2 - c^2)(a_1k_\lambda)^2 + d}\right] + \\ + \sum_\lambda n_{1\lambda}\hbar\omega_{1\lambda} + \sum_\lambda n_{2\lambda}\hbar\omega_{2\lambda}, \quad (2,3)$$

где

$$\left.\begin{aligned} \omega_{1\lambda} &= \frac{1}{2\hbar}\left[v(a_1k_\lambda)^2 + (a_1k_\lambda)\sqrt{(u^2 - c^2)(a_1k_\lambda)^2 + d}\right],\\ \omega_{2\lambda} &= \frac{1}{2\hbar}\left[-v(a_1k_\lambda)^2 + (a_1k_\lambda)\sqrt{(u^2 - c^2)(a_1k_\lambda)^2 + d}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (2,4)$$

Таким образом, закон дисперсии в случае ферритов отличается от вида этого закона для обычных металлических ферромагнетиков и антиферромагнетиков. Легко видеть, что формулы дисперсии (2,4) в частных случаях переходят в закон дисперсии для ферро- и антиферромагнетиков. Действительно, в случае обычных ферромагнетиков, когда нет двух подрешеток (например, когда остаются только члены типа tt), будем иметь: $\alpha = 0$, $b = 0$, $c = 0$, $d = 0$ и $u = -v$ и поэтому вместо (2,4) будем иметь:

$$\omega_\lambda = \frac{1}{2\hbar}u(a_1k_\lambda)^2, \quad (2,5)$$

т. е. закон дисперсии для обычных ферромагнетиков.

В случае антиферромагнетиков обе подрешетки эквивалентны и учитывается взаимодействие только между подрешетками ($J_{tr} = J_{ts}$, а $J_{tt} = J_{ss} = J_{rr} = J_{rs} = 0$), поэтому в (2,2) $\alpha = \beta' = 0$, $u = v = 0$ и при малых k_λ получаем вместо (2,4) известный закон дисперсии для антиферромагнетика [8]:

$$\left.\begin{aligned} \omega_{1\lambda} &= \frac{1}{2\hbar}\sqrt{d}\,(a_1k_\lambda),\\ \omega_{2\lambda} &= \frac{1}{2\hbar}\sqrt{d}\,(a_1k_\lambda). \end{aligned}\right\} \quad (2,6)$$

Таким образом, настоящий расчет можно рассматривать как одно из возможных обобщений теории обычного ферромагнетизма и антиферромагнетизма.

3. Перейдем теперь к вычислению температурной зависимости самопроизвольной намагниченности ферритов. Для этой цели требуется вычислить фазовую сумму как функцию внешнего магнитного поля. К энергии системы (1,17) необходимо добавить энергию во внешнем магнитном поле (поскольку эта энергия нужна нам лишь для вычисления самопроизвольной намагниченности, не будет непоследовательным, что мы не учитываем внутренние магнитные взаимодействия, которые обусловливают эффекты магнитной анизотропии, магнитострикции и небольшое отклонение от абсолютного насыщения при внешнем поле $H=0$); в результате простых вычислений вместо (1,17) будем иметь:

$$E(H) = -\frac{1}{2}\sum_{\lambda}\left[A_{\lambda}^{(H)} + D_{\lambda}^{(H)} - \sqrt{(A_{\lambda}^{(H)} + D_{\lambda}^{(H)})^2 - 4B_{\lambda}^2}\right] + \\ + \frac{1}{2}\sum_{\lambda} n_{1\lambda}\left[D_{\lambda}^{(H)} - A_{\lambda}^{(H)} + \sqrt{(A_{\lambda}^{(H)} + D_{\lambda}^{(H)})^2 - 4B_{\lambda}^2}\right] + \\ + \frac{1}{2}\sum_{\lambda} n_{2\lambda}\left[A_{\lambda}^{(H)} - D_{\lambda}^{(H)} + \sqrt{(A_{\lambda}^{(H)} + D_{\lambda}^{(H)})^2 - 4B_{\lambda}^2}\right] + \frac{N}{3}g\beta sH, \quad (3,1)$$

где

$$A_{\lambda}^{(H)} = A_{\lambda} + g\beta H, \quad D_{\lambda}^{(H)} = D_{\lambda} - 2g\beta H. \quad (3,2)$$

Здесь величины A_{λ} и D_{λ} попрежнему определяются по (1,9), а величина B_{λ} не зависит от поля H. Подставляя (3,1) в выражение для фазовой суммы

$$Z = \sum_{n_{1\lambda},\, n_{2\lambda}} \exp\left(-\frac{E(H)}{kT}\right),$$

после стандартных вычислений получаем:

$$\ln Z = \frac{N}{3}g\beta sH - \sum_{\lambda}\frac{1}{2kT}\left[A_{\lambda}^{(H)} + D_{\lambda}^{(H)} - \sqrt{(A_{\lambda}^{(H)} + D_{\lambda}^{(H)})^2 - 4B_{\lambda}^2}\right] + \\ + \sum_{\lambda}\ln\left\{1 - \exp\left[-\frac{1}{2kT}\left(D_{\lambda}^{(H)} - A_{\lambda}^{(H)} + \sqrt{(A_{\lambda}^{(H)} + D_{\lambda}^{(H)})^2 - 4B_{\lambda}^2}\right)\right]\right\} + \\ + \sum_{\lambda}\ln\left\{1 - \exp\left[-\frac{1}{2kT}\left(A_{\lambda}^{(H)} - D_{\lambda}^{(H)} + \sqrt{(A_{\lambda}^{(H)} + D_{\lambda}^{(H)})^2 - 4B_{\lambda}^2}\right)\right]\right\}. \quad (3,3)$$

Для вычисления самопроизвольной намагниченности феррита необходимо определить величину $kT\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial H}\right)_{H=0}$, которая, в силу (3,3), равна:

$$kT\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial H}\right)_{H=0} = \frac{N}{3}g\beta s - \frac{1}{2}g\beta\sum_{\lambda}\left[\frac{A_{\lambda} + D_{\lambda}}{\sqrt{(A_{\lambda} + D_{\lambda})^2 - 4\beta_{\lambda}^2}} - 1\right] - \\ - \frac{3}{2}g\beta\sum_{\lambda}\left\{\exp\left[\frac{1}{2kT}\left(D_{\lambda} - A_{\lambda} + \sqrt{(A_{\lambda} + D_{\lambda})^2 - 4B_{\lambda}^2}\right)\right] - 1\right\}^{-1} + \\ + \frac{3}{2}g\beta\sum_{\lambda}\left\{\exp\left[\frac{1}{2kT}\left(A_{\lambda} - D_{\lambda} + \sqrt{(A_{\lambda} + D_{\lambda})^2 - 4B_{\lambda}^2}\right)\right] - 1\right\}^{-1} - \\ - \frac{1}{2}g\beta\sum_{\lambda}\left\{(A_{\lambda} + D_{\lambda})\left[(A_{\lambda} + D_{\lambda})^2 - 4B_{\lambda}^2\right]^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \left[\exp\frac{1}{2kT}\left(D_{\lambda} - A_{\lambda} + \sqrt{(A_{\lambda} + D_{\lambda})^2 - 4B_{\lambda}^2}\right) - 1\right]^{-1}\right\} +$$

$$+\frac{1}{2}g\beta\sum_{\lambda}\Big\{(A_{\lambda}+D_{\lambda})\left[(A_{\lambda}+D_{\lambda})^{2}-4B_{\lambda}^{2}\right]^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\left[\exp\frac{1}{2kT}\left(A_{\lambda}-D_{\lambda}+\sqrt{(A_{\lambda}+D_{\lambda})^{2}-4B_{\lambda}^{2}}\right)-1\right]^{-1}\Big\}. \qquad (3,4)$$

Используя (2,1) и сокращенные обозначения (2,2), пользуясь малостью квази-импульса ферромагнонов и переходя от сумм к интегралам, как это обычно делается в теории ферромагнетизма, получаем вместо (3,4) для самопроизвольной намагниченности:

$$M_s(T)=kT\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial H}\right)_{H=0}=$$
$$=M_0-\frac{1}{2}\left(\frac{La_1}{2\pi}\right)^3 g\beta\int\left[\frac{u\,(a_1k_\lambda)^2-b}{a_1k_\lambda\sqrt{(u^2-c^2)\,(a_1k_\lambda)^2+d}}-1\right]d\mathbf{k}_\lambda-$$
$$-\frac{3}{2}\left(\frac{La_1}{2\pi}\right)^3 g\beta\int\left\{\exp\left[\frac{s}{2kT}\left(v\,(a_1k_\lambda)^2+a_1k_\lambda\sqrt{(u^2-c^2)\,(a_1k_\lambda)^2+d}\right)\right]-1\right\}^{-1}d\mathbf{k}_\lambda+$$
$$+\frac{3}{2}\left(\frac{La_1}{2\pi}\right)^3 g\beta\int\left\{\exp\left[\frac{s}{2kT}\left(-v\,(a_1k_\lambda)^2+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+a_1k_\lambda\sqrt{(u^2-c^2)\,(a_1k_\lambda)^2+d}\right)\right]-1\right\}^{-1}d\mathbf{k}_\lambda-\frac{1}{2}\left(\frac{La_1}{2\pi}\right)^3 g\beta\times$$
$$\times\int\frac{[u\,(a_1k_\lambda)^2-b]\,d\mathbf{k}_\lambda}{a_1k_\lambda\sqrt{(u^2-c^2)\,(a_1k_\lambda)^2+d}\left\{\exp\left[\frac{s}{2kT}\left(v\,(a_1k_\lambda)^2+a_1k_\lambda\sqrt{(u^2-c^2)\,(a_1k_\lambda)^2+d}\right)\right]-1\right\}}-$$
$$-\frac{1}{2}\left(\frac{La_1}{2\pi}\right)^3 g\beta\times$$
$$\times\int\frac{[u\,(a_1k_\lambda)^2-b]\,d\mathbf{k}_\lambda}{a_1k_\lambda\sqrt{(u^2-c^2)\,(a_1k_\lambda)^2+d}\left\{\exp\left[\frac{s}{2kT}\left(-v\,(a_1k_\lambda)^2+a_1k_\lambda\sqrt{(u^2-c^2)\,(a_1k_\lambda)^2+d}\right)\right]-1\right\}}, \qquad (3,5)$$

где $M_0=\frac{N}{3}g\beta s$ — максимальное значение намагниченности феррита, $(La_1)^3$ — объем образца. Интегралы, входящие в (3,5), вычисляются элементарно (см. Приложение) и поэтому окончательно для температурной зависимости самопроизвольной намагниченности феррита получаем:

$$M_s(T)=M_0\left[1-\frac{0{,}04}{s}-\frac{1}{40\,s^2}\left(\frac{T}{\theta}\right)^2\right], \qquad (3,6)$$

где

$$\theta=\frac{|c|}{k}. \qquad (3,7)$$

Из формулы (3,6) можно сделать два существенных вывода.

Во-первых, температурная зависимость самопроизвольной намагниченности ферритов при низких температурах имеет другой характер, нежели в обычных металлических ферромагнетиках, а именно, вместо известного для этих последних веществ закона «$T^{3/2}$» получается закон «T^2».

Из разумной оценки интеграла косвенного обмена имеем:

$$|c|\sim 10^{-26}\div 10^{-28}\ \text{erg};$$

если принять, что $s\sim 1$, из (3,6) и (3,7) следует:

$$M_s(T)=M_0\,[1-\gamma_1-\gamma_2T^2], \qquad (3,8)$$

где $\gamma_1 \sim 10^{-2}$ град$^{-2}$, $\gamma_2 \sim 10^{-4} \div 10^{-6}$ град$^{-2}$. Формула (3,8) хорошо согласуется с данными измерений Потене [7], а именно, последний получил для никелевого ($NiO.Fe_2O_3$), кобальтового ($CoO.Fe_2O_3$) и железного ($FeO.Fe_2O_3$) ферритов соответственно следующие температурные зависимости:

$$M_s(T)/M_0 = 1 - 1{,}121 \cdot 10^{-6} \cdot T^2,$$

$$M_s(T)/M_0 = 1 - 1{,}576 \cdot 10^{-6} \cdot T^2,$$

$$M_s(T)/M_0 = 1 - 8{,}26 \cdot 10^{-7} \cdot T^2.$$

Только для марганцевого феррита ($MnO.Fe_2O_3$) был найден обычный закон $T^{3/2}$, а именно: $M_s(T)/M_0 = 1 - 5{,}75 \cdot 10^{-5} \cdot T^{3/2}$. Возможно, что в этом последнем случае наиболее низкие температуры опытов Потене (20,4° K) еще нельзя считать достаточно низкими. Величина численного коэффициента при T^2 прекрасно согласуется с теоретической оценкой постоянной γ_2 в формуле (3,8).

Во-вторых, в нашей формуле (3,8) наряду с членом, зависящим от температуры, появился еще член γ_1, который не зависит от температуры и нарушает правило простой аддитивности парциальных намагниченностей подрешеток ферритов, которое принимается в квази-классической теории ферритов [8]. Из приведенной оценки этого члена видно, что это нарушение правила аддитивности не очень велико, что также в общем хорошо согласуется с измерениями Потене [7].

Таким образом, развитую здесь квантовомеханическую теорию ферритов можно считать приемлемым первым приближением для описания магнитных свойств реальных ферритов в области низких температур.

Приложение

Вычисление интегралов, входящих в формулу (3,5)

1. Первый интеграл в правой части формулы (3,5) имеет вид:

$$I_1 = \frac{(La_1)^3 g\beta}{2(2\pi)^3} \int \left[\frac{u(a_1 k_\lambda)^2 - b}{a_1 k_\lambda \sqrt{(u^2 - c^2)(a_1 k_\lambda)^2 + d}} - 1 \right] d\mathbf{k}_\lambda. \qquad \text{(I)}$$

Легко видеть, что в случае обычных ферромагнетиков этот интеграл точно равен нулю. Поскольку мы интересуемся случаем низких температур, то в (I) можно пренебречь членами с квадратами квази-импульса. Тогда, после интегрирования по углам, будем иметь:

$$I_1 = \frac{(La_1)^3 g\beta}{4\pi^2} \int_0^\pi \left[\frac{|b|}{a_1 k_\lambda \sqrt{2|b|(|c| + u)}} - 1 \right] k_\lambda^2 \, dk_\lambda =$$

$$= \frac{N}{2} g\beta \left[\frac{|b|}{2\sqrt{2|b|(|c| + u)}} - \frac{\pi}{3} \right].$$

Далее, принимая во внимание, что $u \ll |c|$, поскольку взаимодействие между более удаленными соседями меньше, используя формулы (2,2) и замечая, что для типичных ферритов со структурой обращенных шпинелей $l_2 = l_3 = \sqrt{\frac{11}{8}}$ и $z_{ts} = z_{tr}$, находим, что

$$\frac{|b|}{|c|} = \frac{128}{11}. \qquad \text{(II)}$$

Отсюда сразу получаем:

$$I_1 = M_0 \frac{0{,}04}{s}. \qquad \text{(III)}$$

2. В принятом приближении второй и третий интегралы правой части ормулы (3,5) равны по абсолютному значению, но входят с разными наками. Поэтому их вклад в намагниченность равен нулю.

3. Четвертый и пятый интегралы в принятом приближении также авны по абсолютному значению. Однако они входят с одинаковыми знаами и поэтому после элементарных вычислений находим:

$$I_4+I_5=\frac{(La_1)^3 g\beta}{2\pi^2 a_1 \sqrt{d}}\int\limits_0^\infty \frac{k_\lambda dk_\lambda}{\exp\left(\frac{s\sqrt{d}}{2kT}a_1 k_\lambda\right)-1}=\frac{2Ng\beta k^2}{3\pi^2 s^2 d^{3/2}}T^2\Gamma(2)\zeta(2).$$

аменяя Г-функцию и ζ-функцию Римана их значениями 2! и $\frac{\pi^2}{6}$, а также спользуя (II) и пренебрегая $u\,(\ll|c|)$, получаем:

$$I_4+I_5\approx M_0\frac{k^2}{40s^2|c|^2}T^2. \tag{IV}$$

Институт физики металлов
Уральского филиала АН СССР

Получена редакцией
8. VI. 1954 г.

Цитированная литература

. Вонсовский С. В., см. в этом же номере, стр. 312.
. Боголюбов Н. Н. и Тябликов С. В., ЖЭТФ, 19, 251, 256 (1949).
. Боголюбов Н. Н., Лекції з квантовоі статистики — Изд. «Радянська Школа», Киев (на укр. яз.), 1949.
. Serber R., Phys. Rev., 45, 461 (1934).
. Кондорский Е. И. и Пахомов А. С., ДАН СССР, 93, 431 (1953).
. Holstein T. a. Primakoff H., Phys. Rev., 58, 1098 (1940).
. Pauthenet R., Ann. de phys., 7, 710 (1952).
. Néel L., Ann. de phys., 3, 137 (1948).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

А. А. БЕРДЫШЕВ и С. В. ВОНСОВСКИЙ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ФЕРРОМАГНЕТИЗМА ФЕРРИТОВ И АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМА. — III. АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМ ПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ

1. В переходных металлах вся совокупность физико-химических свойств определяется не только валентными электронами, но также и бывшими внутренними электронами, которые в изолированных атомах принадлежат недостроенным слоям электронной оболочки. Поэтому при построении многоэлектронной теории переходных металлов необходимо учитывать существование двух групп электронов, одна из которых в основном обусловливает явления электропроводности, а другая — магнитные свойства. Такая модель была предложена одним из нас [1] и развита в работах [2] и [3]. В настоящей статье обобщаются результаты этих исследований на случай переходных антиферромагнитных металлов.

Как теперь хорошо установлено, в металлах переходных групп сильное электростатическое обменное взаимодействие между внутренними электронами при отрицательном знаке обменного интеграла приводит к появлению антиферромагнетизма (см., например, [4]). Ниже некоторой критической температуры $\theta_{аф}$ (антиферромагнитной точки Кюри) в кристаллической решетке такого металла устанавливается антипараллельное упорядоченное распределение спинов внутренних электронов; при этом в зависимости от типа решетки ее можно разбить на несколько «магнитных» подрешеток, в каждой из которых спины всех внутренних электронов оказываются параллельными. В случае простой кубической или объемноцентрированной кубической решетки это разбиение сводится к выделению двух подрешеток с антипараллельной намагниченностью, так что электронный спин в каждом узле одной подрешетки окружен антипараллельными спинами у узлов ближайших соседей, принадлежащих другой подрешетке. В гранецентрированной кубической решетке и решетках других типов приходится вводить большое число магнитных подрешеток. Опыты по нейтронной диффракции [5] наглядно доказали существование антипараллельного порядка электронных спинов в антиферромагнитных кристаллах. Для переходных металлов существование антиферромагнетизма строго доказано у хрома и марганца [6].

2. Согласно уравнению (6) из работы [2] и (2,6) из работы [3] оператор энергии системы взаимодействующих внешних и внутренних электронов в представлении вторичного квантования имеет вид:

$$\hat{H} = U_0 + \sum_{\mathbf{k},\sigma} E_{\mathbf{k}} \hat{a}^{+}_{\mathbf{k},\sigma} \hat{a}_{\mathbf{k},\sigma} - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{n}_1 \neq \mathbf{n}_2;\, \sigma_1, \sigma_2} J(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2)\, \hat{a}^{+}_{\mathbf{n}_1,\sigma_1} \hat{a}_{\mathbf{n}_1,\sigma_1} \hat{a}^{+}_{\mathbf{n}_2,\sigma_2} \hat{a}_{\mathbf{n}_2,\sigma_2} -$$

$$- \frac{1}{N_d} \sum_{\mathbf{n}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \sigma_1, \sigma_2} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)\mathbf{n}} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)\, \hat{a}^{+}_{\mathbf{n},\sigma_1} \hat{a}^{+}_{\mathbf{n},\sigma_2} \hat{a}^{+}_{\mathbf{k}_1,\sigma_2} \hat{a}_{\mathbf{k}_2,\sigma_1} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2, \sigma_1, \sigma_2} F(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2)\, \hat{a}^{+}_{\mathbf{k}_1,\sigma_1} \hat{a}^{+}_{\mathbf{k}_2,\sigma_2} \hat{a}_{\mathbf{k}'_1,\sigma_1} \hat{a}_{\mathbf{k}'_2,\sigma_2}, \quad (1)$$

де U_0 — постоянная энергия взаимодействия «неподвижных» ионов решет-
и, $E_{\mathbf{k}}$ — обычная трансляционная энергия электрона проводимости, $(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2)$ — интеграл обмена двух внутренних электронов в узлах $\mathbf{n}_1$ и $\mathbf{n}_2$, $(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ — интеграл обмена внутреннего и внешнего электронов, $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ — вази-импульсы внешних электронов, $\hat{a}_{\mathbf{n},\sigma}$ и $\hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}$ — соответственно ферми-ператоры вторичного квантования для внутренних и внешних электро-ов; матричный элемент $F(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1', \mathbf{k}_2')$ определяет энергию взаимодей-твия пар внешних электронов.

Нашей задачей является выделение элементарных возбуждений как системе электронов проводимости, так и в системе внутренних электро-ов. При получении выражения (1) было использовано квазигомеополяр-ое приближение для внутренних электронов (см. уравнение (5) из аботы [2] или (2,4) из работы [3]), т. е. считалось, что вблизи каждого зла решетки всегда находится по одному внутреннему электрону. Здесь, отличие от случая ферромагнетика, рассмотренного в [2], мы будем редполагать, что интеграл обмена между внутренними электронами отри-ателен: $J(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) < 0$, ибо только при этом условии возможен антиферро-агнетизм [4, 7].

Допустим, что мы имеем дело либо с простой, либо с объемноцентри-ованной кубической решеткой. В этом случае кристаллическую решетку ожно разбить на две эквивалентных магнитных подрешетки с антипарал-ельной самопроизвольной намагниченностью. Ниже узлы одной из под-ешеток мы будем нумеровать индексами $\mathbf{n}$, а другой — $\mathbf{m}$. Перейдем выражении (1) от ферми-операторов $\hat{a}_{\mathbf{n},\sigma}$ внутренних электронов к опе-аторам слагающих вектора спина $\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(x)}$, $\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(y)}$, $\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(z)}$ (используя для этого, апример, уравнения (5) и (10) из работы [2]). Это даст:

$$\hat{H} = U_0 - \frac{1}{4} \sum_{\mathbf{n}_1 \neq \mathbf{n}_2} J(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) + \sum_{\mathbf{k},\sigma} E_{\mathbf{k}} \hat{a}^{+}_{\mathbf{k},\sigma} \hat{a}_{\mathbf{k},\sigma} - \frac{1}{4S^2} \sum_{\mathbf{n}_1 \neq \mathbf{n}_2} J(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) \hat{S}_{\mathbf{n}_1} \hat{S}_{\mathbf{n}_2} -$$

$$- \frac{1}{2SN_d} \sum_{\mathbf{n}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)\mathbf{n}} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \Big[(S - \hat{S}_{\mathbf{n}}^{(z)}) \hat{a}^{+}_{\mathbf{k}_1, \frac{1}{2}} a_{\mathbf{k}_2, \frac{1}{2}} +$$

$$+ (\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(x)} - i\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(y)}) \hat{a}^{+}_{\mathbf{k}_1, \frac{1}{2}} \hat{a}_{\mathbf{k}_2, -\frac{1}{2}} + (\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(x)} + i\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(y)}) \hat{a}^{+}_{\mathbf{k}_1, -\frac{1}{2}} \hat{a}_{\mathbf{k}_2, \frac{1}{2}} +$$

$$+ (S + \hat{S}_{\mathbf{n}}^{(z)}) \hat{a}^{+}_{\mathbf{k}_1, -\frac{1}{2}} \hat{a}_{\mathbf{k}_2, -} \Big] +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1', \mathbf{k}_2', \sigma_1, \sigma_2} F(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1', \mathbf{k}_2') \hat{a}^{+}_{\mathbf{k}_1, \sigma_1} \hat{a}^{+}_{\mathbf{k}_2, \sigma_2} \hat{a}_{\mathbf{k}_2', \sigma_2} \hat{a}_{\mathbf{k}_1', \sigma_1}. \qquad (2)$$

Учитывая, что вблизи абсолютного нуля обе подрешетки находятся вблизи агнитного насыщения*, можно произвести еще одно преобразование ператора энергии, выразив операторы слагающих спина через бозе-ампли-уды по формулам:

$$\left.\begin{aligned} \hat{S}_{\mathbf{n}}^{(x)} + i\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(y)} &= (2S)^{\frac{1}{2}} \hat{f}_{\mathbf{n}} \hat{b}_{\mathbf{n}}, & \hat{S}_{\mathbf{m}}^{(x)} + i\hat{S}_{\mathbf{m}}^{(y)} &= (2S)^{\frac{1}{2}} \hat{c}^{+}_{\mathbf{m}} \hat{f}_{\mathbf{m}}, \\ \hat{S}_{\mathbf{n}}^{(x)} - i\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(y)} &= (2S)^{\frac{1}{2}} \hat{b}^{+}_{\mathbf{n}} \hat{f}_{\mathbf{n}}, & \hat{S}_{\mathbf{m}}^{(x)} - i\hat{S}_{\mathbf{m}}^{(y)} &= (2S)^{\frac{1}{2}} \hat{f}_{\mathbf{m}} \hat{c}_{\mathbf{m}}, \\ \hat{S}_{\mathbf{n}}^{(z)} &= S - \hat{b}^{+}_{\mathbf{n}} \hat{b}_{\mathbf{n}}, & \hat{S}_{\mathbf{m}} &= -(S - \hat{c}^{+}_{\mathbf{m}} \hat{c}_{\mathbf{m}}), \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

* Строго говоря, это следовало бы доказать. Однако такого общего доказа-ельства нам не удалось получить. По этому поводу см. [8].

где $\hat{b}^+_{\mathbf{n}}\ \hat{b}_{\mathbf{n}} = \hat{n}_{\mathbf{n}}$, $\hat{c}^+_{\mathbf{m}}\ \hat{c}_{\mathbf{m}} = \hat{n}_{\mathbf{m}}$, $\hat{n}_{\mathbf{m}}$, $\hat{n}_{\mathbf{n}}$ — операторы спинового отклонения, S — максимальное значение спинового квантового числа узла подрешетки, и

$$\hat{f}_{\mathbf{n}} = \left(1 - \frac{\hat{n}_{\mathbf{n}}}{2S}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \hat{f}_{\mathbf{m}} = \left(1 - \frac{\hat{n}_{\mathbf{m}}}{2S}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{4}$$

В случае низких температур (почти полное насыщение подрешеток) можно принять с большой точностью, что $\langle f_{\mathbf{n},\,\mathbf{m}} \rangle = 1$; тогда (2) упростится:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \sum_{\mathbf{k},\,\sigma} E_{\mathbf{k},\,\sigma}\, \hat{a}^+_{\mathbf{k},\,\sigma}\, \hat{a}_{\mathbf{k},\,\sigma} - \frac{1}{2S} \sum_{\mathbf{n},\,\mathbf{m}} J(\mathbf{n}, \mathbf{m})\, (\hat{b}^+_{\mathbf{n}}\ \hat{b}_{\mathbf{n}} +$$
$$+ \hat{c}^+_{\mathbf{m}}\ \hat{c}_{\mathbf{m}} + \hat{b}_{\mathbf{n}}\ \hat{c}_{\mathbf{m}} + \hat{b}^+_{\mathbf{n}}\ \hat{c}^+_{\mathbf{m}}) -$$
$$- \frac{1}{2SN_d} \sum_{\mathbf{n},\,\mathbf{k}_1,\,\mathbf{k}_2} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \Big\{ e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)\mathbf{n}} \Big[\hat{n}_{\mathbf{n}}\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1,\,\frac{1}{2}}\, \hat{a}_{\mathbf{k}_2,\,\frac{1}{2}} +$$
$$+ (2S)^{\frac{1}{2}}\, \hat{b}^+_{\mathbf{n}}\ \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1,\,-\frac{1}{2}}\, \hat{a}_{\mathbf{k}_2,\,\frac{1}{2}} + (2S)^{\frac{1}{2}}\, \hat{b}_{\mathbf{n}}\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1,\,\frac{1}{2}}\, \hat{a}_{\mathbf{k}_2,\,-\frac{1}{2}} +$$
$$+ (2S - \hat{n}_{\mathbf{n}})\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1,\,-\frac{1}{2}}\, \hat{a}_{\mathbf{k}_2,\,-\frac{1}{2}} \Big] + e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)\mathbf{m}} \Big[(2S - \hat{n}_{\mathbf{m}})\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1,\,\frac{1}{2}}\, \hat{a}_{\mathbf{k}_2,\,\frac{1}{2}} +$$
$$+ (2S)^{\frac{1}{2}}\, \hat{c}_{\mathbf{m}}\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1,\,-\frac{1}{2}}\, \hat{a}_{\mathbf{k}_2,\,\frac{1}{2}} + (2S)^{\frac{1}{2}}\, \hat{c}_{\mathbf{m}}\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1,\,\frac{1}{2}}\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_2,\,-\frac{1}{2}} + \hat{n}_{\mathbf{m}}\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1,\,-\frac{1}{2}}\, \hat{a}_{\mathbf{k}_2,\,-\frac{1}{2}} \Big] \Big\} +$$
$$+ \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}_1,\,\mathbf{k}_2,\,\mathbf{k}'_1,\,\mathbf{k}'_2,\,\sigma_1,\,\sigma_2} F(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2)\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1,\,\sigma_1}\, \hat{a}^+_{\mathbf{k}_2,\,\sigma_2}\, \hat{a}_{\mathbf{k}'_2,\,\sigma_2}\, \hat{a}_{\mathbf{k}'_1,\,\sigma_1}, \tag{5}$$

где

$$\hat{H}_0 = U_0 - \frac{1}{4} \sum_{\mathbf{n},\,\mathbf{m}} J(\mathbf{n}, \mathbf{m}).$$

Для последующей диагонализации оператора (5) необходимо произвести еще одно унитарное преобразование от бозе-операторов $\hat{b}_{\mathbf{n}}$, $\hat{c}_{\mathbf{m}}$ к эрмитовским операторам $\hat{Q}_{\mathbf{n}}$, $\hat{P}_{\mathbf{n}}$, $\hat{R}_{\mathbf{m}}$ и $\hat{S}_{\mathbf{m}}$:

$$\left.\begin{aligned} \hat{b}_{\mathbf{n}} &= \frac{1}{2}(\hat{Q}_{\mathbf{n}} + i\hat{P}_{\mathbf{n}}), \\ \hat{b}^+_{\mathbf{n}} &= \frac{1}{2}(\hat{Q}_{\mathbf{n}} - i\hat{P}_{\mathbf{n}}), \\ \hat{c}_{\mathbf{m}} &= \frac{1}{2}(\hat{R}_{\mathbf{m}} + i\hat{S}_{\mathbf{m}}), \\ \hat{c}^+_{\mathbf{m}} &= \frac{1}{2}(\hat{R}_{\mathbf{m}} - i\hat{S}_{\mathbf{m}}), \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

и разложить их в ряды Фурье:

$$\left.\begin{aligned} \hat{Q}_{\mathbf{n}} &= \left(\frac{2}{N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mathbf{l}} e^{i\mathbf{l}\mathbf{n}} \hat{Q}_{\mathbf{l}}, \\ \hat{P}_{\mathbf{n}} &= \left(\frac{2}{N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mathbf{l}} e^{-i\mathbf{l}\mathbf{n}} \hat{P}_{\mathbf{l}}, \\ \hat{R}_{\mathbf{m}} &= \left(\frac{2}{N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mathbf{l}} e^{i\mathbf{l}\mathbf{m}} \hat{R}_{\mathbf{l}}, \\ \hat{S}_{\mathbf{m}} &= \left(\frac{2}{N}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mathbf{l}} e^{-i\mathbf{l}\mathbf{m}} \hat{S}_{\mathbf{l}}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

гда оператор (5) запишется в виде:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_d + \hat{H}_{sd} + \hat{H}_s, \tag{8}$$

е

$$\hat{H}_d = \frac{ZJ}{8S}\sum_{\mathbf{l}}[\hat{Q}_{\mathbf{l}}^2 + \hat{P}_{\mathbf{l}}^2 + \hat{R}_{\mathbf{l}}^2 + \hat{S}_{\mathbf{l}}^2 + 2\gamma_{\mathbf{l}}(\hat{Q}_{\mathbf{l}}\hat{R}_{\mathbf{l}} - \hat{P}_{\mathbf{l}}\hat{S}_{\mathbf{l}})], \tag{9а}$$

$$\hat{H}_{sd} = -\frac{1}{8SN_d}\sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)[(\hat{Q}_{\mathbf{l}_1}\hat{Q}_{\mathbf{l}_2} + \hat{P}_{\mathbf{l}_1}\hat{P}_{\mathbf{l}_2}) -$$

$$-(\hat{R}_{\mathbf{l}_1}\hat{R}_{\mathbf{l}_2} + \hat{S}_{\mathbf{l}_1}\hat{S}_{\mathbf{l}_2})]\left(\hat{a}^+_{\mathbf{k}_1, \frac{1}{2}}\hat{a}^+_{\mathbf{k}_2, \frac{1}{2}} - \hat{a}^+_{\mathbf{k}_1, -\frac{1}{2}}\hat{a}_{\mathbf{k}_2, -\frac{1}{2}}\right)\delta(\mathbf{k}_2 -$$

$$-\mathbf{k}_1 + \mathbf{l}_2 - \mathbf{l}_1) - \frac{1}{4\sqrt{SN_d}}\sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{l}} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)\Big[(\hat{Q}_{\mathbf{l}} - i\hat{P}_{\mathbf{l}})\hat{a}^+_{\mathbf{k}_1, -\frac{1}{2}}\hat{a}_{\mathbf{k}_2, \frac{1}{2}} \times$$

$$\times\delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{l}) + (\hat{Q}_{\mathbf{l}} + iP_{\mathbf{l}})a^+_{\mathbf{k}_1, \frac{1}{2}}a_{\mathbf{k}_2, -\frac{1}{2}}\delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{l}) +$$

$$+(\hat{R}_{\mathbf{l}} + i\hat{S}_{\mathbf{l}})\hat{a}^+_{\mathbf{k}_1, -\frac{1}{2}}\hat{a}_{\mathbf{k}_2, \frac{1}{2}}\delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 + \mathbf{l}) +$$

$$+(\hat{R}_{\mathbf{l}} - i\hat{S}_{\mathbf{l}})\hat{a}^+_{\mathbf{k}_1, \frac{1}{2}}\hat{a}_{\mathbf{k}_2, -\frac{1}{2}}\delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 + \mathbf{l})\Big], \tag{9б}$$

$$\hat{H}_s = \sum_{\mathbf{k}, \sigma}\varepsilon_{\mathbf{k}}\hat{n}_{\mathbf{k},\sigma} +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1', \mathbf{k}_2', \sigma_1, \sigma_2} F(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1', \mathbf{k}_2')\hat{a}^+_{\mathbf{k}_1, \sigma_1}\hat{a}^+_{\mathbf{k}_2, \sigma_2}\hat{a}_{\mathbf{k}_2'\sigma_2}\hat{a}_{\mathbf{k}_1'\sigma_1}, \tag{9в}$$

е $\delta(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j \pm \mathbf{l})$ — обычные δ-функции, учитывающие законы сохране-я для квази-импульсов $\mathbf{k}_i$ и $\mathbf{l}$,

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = E_{\mathbf{k}} - I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \tag{10}$$

трансляционная энергия внешнего электрона с учетом влияния $s - d$-об-на,

$$\hat{n}_{\mathbf{k}, \sigma} = \hat{a}^+_{\mathbf{k},\sigma}\hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}$$

число электронов проводимости в состоянии $(\mathbf{k}, \sigma)$; величина $\gamma_{\mathbf{l}}$ опре-ляется из соотношения

$$\gamma_{\mathbf{l}} = \frac{1}{Z}\sum_{\rho=1}^{Z} e^{i(\rho_{\mathbf{k}}a_{\mathbf{l}})} \approx 1 - \frac{a^2\mathbf{l}^2}{2}; \tag{11}$$

есь a — постоянная кристаллической решетки, Z — координационное сло; суммирование в (11) ограничено лишь ближайшими соседями, а — интеграл обмена внутренних электронов для узлов ближайших соседей.

Выделим из оператора $\hat{H}_{sd}$ (9б) диагональную часть $(\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2, \mathbf{l}_1 = \mathbf{l}_2)$, вную

$$-\frac{1}{8SN_d}\sum_{\mathbf{k}, \mathbf{l}} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)[(\hat{Q}_{\mathbf{l}}^2 + \hat{P}_{\mathbf{l}}^2) - (\hat{R}_{\mathbf{l}}^2 + \hat{S}_{\mathbf{l}}^2)], \tag{12}$$

введем временное сокращенное обозначение:

$$\Delta = \frac{1}{ZJN_d}\sum_{\mathbf{k}} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)\left(\hat{n}_{\mathbf{k}, \frac{1}{2}} - \hat{n}_{\mathbf{k}, -\frac{1}{2}}\right). \tag{13}$$

До сих пор в операторе энергии системы учитывалось только изотроп-е электрическое взаимодействие между электронами, поэтому ориентация

результирующего спина магнитных подрешеток в кристалле остается неопределенной, т. е. имеет место пространственное вырождение. В действительности каждая решетка имеет одну или несколько преимущественных осей, вдоль которых и ориентируется самопроизвольная намагниченность подрешеток. Число и ориентация этих осей определяются внутренними магнитными взаимодействиями между электронами, участвующими в обменном взаимодействии. Поэтому для снятия пространственного вырождения необходимо учесть в операторе энергии члены с магнитным взаимодействием. Поскольку в дальнейшем мы не будем интересоваться специально вопросами магнитных свойств антиферромагнетиков, то мы учтем наличие магнитного взаимодействия в известной мере феноменологическим путем, вводя оператор энергии магнитной анизотропии в форме, использованной, например, в работе [8]:

$$H_{\text{аниз}} = -K\left(\sum_{\mathbf{n}} \hat{S}_{\mathbf{n}}^{(z)^2} + \sum_{\mathbf{m}} \hat{S}_{\mathbf{m}}^{(z)^2}\right), \tag{14}$$

где K — эффективная постоянная магнитной анизотропии. В (14) произведем переход к операторам (6) и введем обозначение:

$$\beta = K\frac{8S^2}{ZJ}. \tag{15}$$

Используя первое слагаемое в (9в), а также (9а), (12), (13), (14) и (15) и временно опуская член H_0, получаем для оператора энергии системы в пренебрежении энергией взаимодействия между внешними электронами (см. второе слагаемое в (9в)) и недиагональной частью (9б) (т. е. s — d-взаимодействием), следующее выражение:

$$\sum_{\mathbf{k},\,\sigma} \varepsilon_{\mathbf{k}} \hat{n}_{\mathbf{k},\,\sigma} + \frac{ZJ}{8S}\sum_{\mathbf{l}}\Big[(1+\beta+\Delta)\,(\hat{Q}_{\mathbf{l}}^2+\hat{P}_{\mathbf{l}}^2)+(1+\beta-\Delta)\,(\hat{R}_{\mathbf{l}}^2+\hat{S}_{\mathbf{l}}^2)+$$
$$+2\gamma_{\mathbf{l}}\,(\hat{Q}_{\mathbf{l}}\hat{R}_{\mathbf{l}}-\hat{P}_{\mathbf{l}}\hat{S}_{\mathbf{l}})\Big] = \sum_{\mathbf{k},\,\sigma}\varepsilon_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k},\,\sigma} + \frac{ZJ}{8S}\sum_{\mathbf{l}}\Phi_{\mathbf{l}}. \tag{16}$$

Для того чтобы найти собственные значения оператора (16), которые равны энергии элементарных возбуждений исследуемой системы, совершим еще одно унитарное преобразование от операторов $\hat{Q}_{\mathbf{l}}$, $\hat{P}_{\mathbf{l}}$, $\hat{R}_{\mathbf{l}}$ и $\hat{S}_{\mathbf{l}}$ к новым операторам $\hat{q}_{11}$, $\hat{q}_{21}$, $\hat{p}_{11}$ и $\hat{p}_{21}$:

$$\left.\begin{aligned}
\hat{Q}_{\mathbf{l}} &= \frac{\hat{q}_{11} + w\hat{q}_{21}}{1+w}, \\
\hat{P}_{\mathbf{l}} &= \frac{\hat{p}_{11} + w\hat{p}_{21}}{1-w}, \\
\hat{R}_{\mathbf{l}} &= \frac{w\hat{q}_{11} + \hat{q}_{21}}{1+w}, \\
\hat{S}_{\mathbf{l}} &= \frac{-w\hat{p}_{11} + \hat{p}_{21}}{1-w}.
\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Параметр w в (17) будет определен ниже. В силу (17) легко видеть, что оператор $\Phi_{\mathbf{l}}$ из (16) примет вид:

$$\Phi_1 = [(1+\beta+\Delta) + w^2(1+\beta-\Delta) + 2\gamma_1 w]\left(\frac{\hat{q}_{11}^2}{(1+w)^2} + \frac{\hat{p}_{11}^2}{(1-w)^2}\right) +$$

$$+ [(1+\beta+\Delta)w^2 + (1+\beta-\Delta) + 2\gamma_1 w]\left(\frac{\hat{q}_{21}^2}{(1+w)^2} + \frac{\hat{p}_{21}^2}{(1-w)^2}\right) +$$

$$+ 2[2(1+\beta)w + \gamma_1(1+w^2)]\left(\frac{\hat{q}_{11}\hat{q}_{21}}{(1+w)^2} - \frac{\hat{p}_{11}\hat{p}_{21}}{(1-w)^2}\right). \qquad (18)$$

з условия

$$2(1+\beta)w + \gamma_1(1+w^2) = 0 \qquad (19)$$

пределяем параметр w. В силу условия (19) из (18) видно, что мы имеем десь дело с операторами энергии осцилляторов с собственными частотами

$$\hbar\omega_1 = \frac{1+w}{1-w}. \qquad (20)$$

сключая при помощи (19) параметр w, получаем для собственных значений оператора (16) выражение (добавляя к нему H_0):

$$E = H_0 \sum_{\mathbf{k},\sigma} \varepsilon_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k},\sigma} + \frac{ZJ}{4S}\sum_{1}\left\{\left[-\Delta + \sqrt{(1+\beta)^2 - \gamma_1^2}\right]\left(n_{11} + \frac{1}{2}\right) + \right.$$

$$\left. + \left[\Delta + \sqrt{(1+\beta)^2 - \gamma_1^2}\right]\left(n_{21} + \frac{1}{2}\right)\right\}; \qquad (21)$$

десь n_{11} и n_{21} — квантовые числа осцилляторов (антиферромагнонов), равые 0, 1, 2, 3,..., соответственно для первой и второй магнитной подрешеток. ыделим из (21) члены, соответствующие оператору (12) с учетом сокраенного обозначения (13); это даст:

$$-\frac{ZJ}{4S}\sum_{1}\left[\frac{1}{ZJN_d}\sum_{\mathbf{k}} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)\left(n_{\mathbf{k},-\frac{1}{2}} - n_{\mathbf{k},\frac{1}{2}}\right)\left(n_{11} + \frac{1}{2}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{ZJN_d}\sum_{\mathbf{k}} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)\left(n_{\mathbf{k},-\frac{1}{2}} - n_{\mathbf{k},\frac{1}{2}}\right)\left(n_{21} + \frac{1}{2}\right)\right] =$$

$$= -\frac{1}{4SN_dJ}\sum_{\mathbf{k}} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)\left(n_{\mathbf{k},-\frac{1}{2}} - n_{\mathbf{k},\frac{1}{2}}\right)\sum_{1}\left[\left(n_{11} + \frac{1}{2}\right) - \left(n_{21} + \frac{1}{2}\right)\right] = 0. \qquad (22)$$

аким образом, мы видим, что с точностью до флюктуаций чисел антиерромагнонов в двух эквивалентных подрешетках кристалла доля от — d-обменного взаимодействия обращается в нуль. Поэтому в этом приижении получаем, что энергия системы равна аддитивной сумме энерий двух типов элементарных возбуждений — электронов проводимости которых трансляционная энергия изменялась за счет s — d-связи, см. форулу (10)):

$$\sum_{\mathbf{k},\sigma} \varepsilon_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k},\sigma} \qquad (23)$$

антиферромагнонов двух эквивалентных магнитных подрешеток:

$$\sum_{1}\left[\varepsilon_{11}\left(n_{11} + \frac{1}{2}\right) + \varepsilon_{21}\left(n_{21} + \frac{1}{2}\right)\right]; \qquad (24)$$

ри этом энергия антиферромагнона равна

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{21} = \frac{ZJ}{2}\sqrt{(1+\beta)^2 - \gamma_1^2}. \qquad (25)$$

Из (25) видно, что при исчезающе малой энергии анизотропии ($\beta \to 0$) имея в виду (11), энергия антиферромагнона оказывается равной:

$$\varepsilon_1 \approx \frac{ZJ}{2} a\mathbf{l}. \tag{26}$$

Таким образом, дисперсионный закон имеет вид линейной связи энергии антиферромагнона ε_1 с его квази-импульсом $\mathbf{l}$ также и в $s-d$-обменной модели антиферромагнетизма.

3. Перейдем теперь к вычислению добавочного электросопротивления антиферромагнитного металла, обусловленного столкновениями между электронами проводимости и антиферромагнонами. Эти столкновения описываются выражением (9б). Вернемся к операторным компонентам Фурье исходных бозе-операторов, используя формулы (6); это дает:

$$\hat{H}_{sd} = \hat{H}_{sd}^{\text{неупр}} + \hat{H}_{sd}^{\text{упр}}, \tag{27}$$

$$\hat{H}_{sd}^{\text{неупр}} = -\frac{1}{4\sqrt{SN_d}} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{l}} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) [\hat{b}_{\mathbf{l}}^{+} \hat{a}_{\mathbf{k}_1, -\frac{1}{2}} \hat{a}_{\mathbf{k}_2, \frac{1}{2}} \delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{l}) + $$
$$+ \hat{b}_{\mathbf{l}} \hat{a}_{\mathbf{k}_1, \frac{1}{2}} \hat{a}_{\mathbf{k}_2, -\frac{1}{2}} \delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 + \mathbf{l}) + \hat{c}_{\mathbf{l}} \hat{a}_{\mathbf{k}_1, -\frac{1}{2}} \hat{a}_{\mathbf{k}_2, \frac{1}{2}} \delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 + \mathbf{l}) +$$
$$+ \check{c}_{\mathbf{l}}^{+} \hat{a}_{\mathbf{k}_1, \frac{1}{2}} \hat{a}_{\mathbf{k}_2, -\frac{1}{2}} \delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{l})], \tag{27а}$$

$$\hat{H}_{sd}^{\text{упр}} = -\frac{1}{8SN_d} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2} I(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) (\hat{b}_{\mathbf{l}_1}^{+} \hat{b}_{\mathbf{l}_2} - \hat{c}_{\mathbf{l}_1}^{+} \hat{c}_{\mathbf{l}_2}) (\hat{a}_{\mathbf{k}_1, \frac{1}{2}}^{+} \hat{a}_{\mathbf{k}_2, \frac{1}{2}} -$$
$$- \hat{a}_{\mathbf{k}_1, -\frac{1}{2}}^{+} \hat{a}_{\mathbf{k}_2, -\frac{1}{2}}) \delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 + \mathbf{l}_2 - \mathbf{l}_1). \tag{27б}$$

Прежде всего рассмотрим эффект неупругих столкновений. Проводя стандартные вычисления (см., например, [8]), находим кинетическое уравнение для функций распределения чисел электронов проводимости:

$$\frac{eF_x}{\hbar} \cdot \frac{N_d \hbar}{2\pi} \cdot \frac{\partial \left(n_{\mathbf{k}, \frac{1}{2}} + n_{\mathbf{k}, -\frac{1}{2}}\right)}{\partial k_x} =$$
$$= \sum_{\mathbf{l}} | I(\mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{l}) |^2 \Big\{ \Big[n_{\mathbf{k}+\mathbf{l}, \frac{1}{2}} \Big(1 - n_{\mathbf{k}, -\frac{1}{2}}\Big) (n_{\mathbf{l}} + 1) -$$
$$- n_{\mathbf{k}, -\frac{1}{2}} \Big(1 - n_{\mathbf{k}+\mathbf{l}, \frac{1}{2}}\Big) \Big] \delta(\varepsilon_k + \varepsilon_{\mathbf{l}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{l}}) +$$
$$+ \Big[n_{\mathbf{k}+\mathbf{l}, -\frac{1}{2}} \Big(1 - n_{\mathbf{k}, \frac{1}{2}}\Big) n_{\mathbf{l}} - n_{\mathbf{k}, \frac{1}{2}} \Big(1 - n_{\mathbf{k}+\mathbf{l}, -\frac{1}{2}}\Big) (n_{\mathbf{l}} + 1) \Big] \times$$
$$\times \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{l}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{l}}) \Big\}. \tag{28}$$

Как мы видели в параграфе 2, энергия электрона проводимости $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ не зависит от ориентации его спина (с точностью до флюктуаций намагниченности внутренних электронов в подрешетках), поэтому все физические условия для электронов с обеими ориентациями проекции спина будут одинаковыми и в силу этого можно положить, что в системе внешних электронов отсутствует самопроизвольная намагниченность и $n_{\mathbf{k}, \frac{1}{2}} =$

$= n_{\mathbf{k}, -\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} n_{\mathbf{k}}$, где $n_{\mathbf{k}}$ — искомая функция распределения электронов оводимости, а $n_l = (e^{\frac{\varepsilon_l}{kT}} - 1)^{-1}$ — равновесная функция распределения тиферромагнонов, N_d — число внутренних электронов кристалла, дельта-ункция $\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} \pm \varepsilon_l - \varepsilon_{\mathbf{k}+l})$ учитывает закон сохранения энергии при столк-овениях, e — элементарный заряд и F_x — напряженность электрического оля, направленного вдоль оси X. Ищем решение (27а) в обычной форме:

$$n_{\mathbf{k}} = n_{\mathbf{k}}^0 + \psi_{\mathbf{k}}, \tag{29}$$

переходя к континууму в пространстве квази-импульсов, получаем ия (28):

$$-eF_x \frac{N_d}{\pi\Omega_0}\left(\frac{2\pi}{G}\right)^3 \frac{\partial n_{\mathbf{k}}^0}{\partial \mathbf{k}_x} =$$

$$= \int_0^{l_m} l^2\, dl \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\vartheta\, d\vartheta\, |I(\mathbf{k},\ \mathbf{k}+\mathbf{l})|^2 \{[\psi_{\mathbf{k}+\mathbf{l}}(n_l + 1 - n_{\mathbf{k}}^0) -$$

$$- \psi_{\mathbf{k}}(n_{\mathbf{k}+\mathbf{l}} + n_l)]\, \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{l}} - \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_l) +$$

$$+ [\psi_{\mathbf{k}+\mathbf{l}}(n_{\mathbf{k}}^0 + n_l) - \psi_{\mathbf{k}}(n_l + 1 - n_{\mathbf{k}+\mathbf{l}})]\, \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{l}} - \varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_l)\}, \tag{30}$$

е ϑ и φ — полярные углы в $\mathbf{k}$-пространстве, Ω_0 и G — объем и число ементарных ячеек. Равновесная функция распределения электронов про-димости имеет обычный вид:

$$n_{\mathbf{k}}^0 = e\left(\frac{\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu}{kT} + 1\right)^{-1}. \tag{31}$$

аксимальный импульс антиферромагнонов l_m определяем по значению тиферромагнитной точки Кюри $\theta_{\text{аф}}$. Используя наличие δ-функции под тегралом в правой части (30), производим интегрирование по углу ϑ. о дает вместо (30):

$$\frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk} eF_x \frac{N_d}{\pi\Omega_0}\left(\frac{2\pi}{G}\right)^3 \frac{\partial n_{\mathbf{k}}^0}{\partial k_x} =$$

$$= \int_0^{l_m} l\, dl \int_0^{2\pi} d\varphi\, |I(\mathbf{k},\ \mathbf{k}+\mathbf{l})|^2 \Big\{ [\psi_{\mathbf{k}+\mathbf{l}}(n_l + 1 - n_{\mathbf{k}}^0) -$$

$$- \psi_{\mathbf{k}}(n_{\mathbf{k}+\mathbf{l}}^0 + n_l)]_{\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{l}} = \varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_l} +$$

$$+ [\psi_{\mathbf{k}+\mathbf{l}}(n_{\mathbf{k}}^0 + n_l) - \psi_{\mathbf{k}}(n_l + 1 - n_{\mathbf{k}+\mathbf{l}}^0)]_{\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{l}} = \varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_l} \Big\}. \tag{32}$$

озмущение равновесной функции распределения электронов $\psi_{\mathbf{k}}$ ищем виде:

$$\psi_{\mathbf{k}} = k_{\mathbf{k}} \chi(\varepsilon_{\mathbf{k}}). \tag{33}$$

После подстановки (33) в (32) и интегрирования по углу φ, находим:

$$\frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk} \cdot \frac{eF_x}{2\pi^2 k_x} \cdot \frac{N_d}{\Omega_0}\left(\frac{2\pi}{G}\right)^3 \frac{\partial n_{\mathbf{k}}^0}{\partial k_x} =$$

$$= \int_0^{l_m} l\, dl\, n_l\, |I(\mathbf{k}, \mathbf{k}+\mathbf{l})|^2 \Big\{\Big[\Big(1 + \frac{l}{k}\cos\vartheta_1\Big) \chi(\varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_l) \frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_l)} -$$

$$-\chi(\varepsilon_k)\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{l}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}e^{\frac{\varepsilon_{\mathbf{l}}}{kT}}\Bigg]+\Bigg[-\chi(\varepsilon_{\mathbf{k}})\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{l}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}+$$

$$+\left(1+\frac{l}{k}\cos\vartheta_2\right)\chi(\varepsilon_k-\varepsilon_{\mathbf{l}})e^{\frac{\varepsilon_{\mathbf{l}}}{kT}}\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{l}})}\Bigg]\Bigg\}, \tag{34}$$

где

$$l\cos\vartheta_{1,\,2}=\pm\frac{\varepsilon_{\mathbf{l}}-I(\mathbf{k},\,\mathbf{k})}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}\,/\,dk}-\frac{l^2}{2k}\,.$$

Будем искать решение (34) в виде:

$$\chi(\varepsilon_{\mathbf{k}})=-\zeta\frac{dn^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}+\eta(\varepsilon_{\mathbf{k}}), \tag{35}$$

причем

$$|\eta|\ll\left|\zeta\frac{dn^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}\right|.$$

В результате подстановки (35) в (34) и простых преобразований получаем:

$$\frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk}\cdot\frac{eF_x}{2\pi^2k_x}\cdot\frac{N_d}{\Omega_0}\left(\frac{2\pi}{G}\right)^3\frac{\partial n^0_{\mathbf{k}}}{\partial k_x}+$$

$$+\zeta\int\limits_0^{l_m}l\,dl\,n_{\mathbf{l}}\,|I(\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{l})|^2\left\{\frac{l}{k}\cos\vartheta_1\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{l}})}\cdot\frac{dn_0(k_{\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{l}})}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}+\right.$$

$$\left.+\frac{l}{k}\cos\vartheta_2\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{l}})}\frac{dn^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{l}})}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}e^{\frac{\varepsilon_{\mathbf{l}}}{kT}}\right\}=$$

$$=\int\limits_0^{l_m}l\,dl\,|I(\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{l})|^2\left\{\left[\eta(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{l}})\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{l}})}-\right.\right.$$

$$\left.-\eta(\varepsilon_{\mathbf{k}})e^{\frac{\varepsilon_{\mathbf{l}}}{kT}}\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{l}})}{n_1(\varepsilon_{\mathbf{k}})}\right]+\left[-\eta(\varepsilon_{\mathbf{k}})\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{l}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}+\right.$$

$$\left.\left.+\eta(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{l}})e^{\frac{\varepsilon_{\mathbf{l}}}{kT}}\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{l}})}\right]\right\}. \tag{36}$$

После интегрирования по энергии $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ получим уравнение для определения ζ (члены с η в учитываемом нами приближении выпадают):

$$-\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{eF_x}{2\pi^2k_x}\cdot\frac{N_d}{\Omega_0}\left(\frac{2\pi}{G}\right)^3\frac{\partial n^0_{\mathbf{k}}}{\partial k_x}\cdot\frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk}\,d\varepsilon_{\mathbf{k}}=$$

$$=\zeta\int\limits_0^{l_m}l\,dl\,n_{\mathbf{l}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}d\varepsilon_{\mathbf{k}}\,|I(\mathbf{k},\,\mathbf{k}+\mathbf{l})|^2\times$$

$$\times\left\{\left[\frac{\varepsilon_{\mathbf{l}}-I(\mathbf{k},\,\mathbf{k})}{k\frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk}}-\frac{l^2}{2k^2}\right]\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{l}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}e^{\frac{\varepsilon_{\mathbf{l}}}{kT}}\frac{dn^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}+\right.$$

$$\left.+\left[-\frac{\varepsilon_{\mathbf{l}}-I(\mathbf{k},\,\mathbf{k})}{k\frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk}}-\frac{l^2}{2k^2}\right]\frac{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{l}})}{n^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}\cdot\frac{dn^0(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}\right\}. \tag{37}$$

Переходим к новым переменным

$$\frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}-\mu}{kT}=\varepsilon\,,\quad \frac{\varepsilon_1}{kT}=\frac{ZJ}{2kT}\sqrt{2\beta+a^2l^2}=x,\quad l_m=\frac{\theta_{\text{аф}}}{T}\,. \tag{38}$$

После интегрирования по $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ находим вместо (37):

$$\frac{eF_x}{4\pi^2}\cdot\frac{N_d}{\Omega_0}\left(\frac{2\pi}{G}\right)^3\left[\frac{1}{k}\left(\frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk}\right)^2\right]_{\varepsilon_{\mathbf{k}}=\mu}=$$

$$=\zeta\int\limits_0^{\frac{\theta_{\text{аф}}}{T}}\left(\frac{2kT}{ZaJ}\right)^2 xdx\,n(x)\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dn^0(\varepsilon)}{d\varepsilon}\times$$

$$\times\left\{|I_1(\mathbf{k},\,\mathbf{k}+\mathbf{l})|^2\left[\frac{\varepsilon_1-I(\mathbf{k},\,\mathbf{k})}{k\dfrac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk}}-\frac{l^2}{2k^2}\right]\frac{e^{\varepsilon}+1}{e^{\varepsilon+x}+1}e^{x}+\right.$$

$$\left.+|I_2(\mathbf{k},\,\mathbf{k}+\mathbf{l})|^2\left[-\frac{\varepsilon_1-I(\mathbf{k},\,\mathbf{k})}{k\dfrac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk}}-\frac{l^2}{2k^2}\right]\frac{e^{\varepsilon}+1}{e^{\varepsilon-x}+1}\right\}, \tag{39}$$

[г]де, согласно формуле (25) из работы [2], имеем:

$$I_{1,\,2}(\mathbf{k},\,\mathbf{k}+\mathbf{l})=\alpha+\beta\,(2k^2+l^2+2kl\cos\vartheta_{1,\,2});$$

[α] и β — интегралы обмена s- и d-электронов соответственно для одного [и] того же узла решетки и для двух соседних узлов. Ниже мы можем [пр]енебречь различием между $|I_1(\mathbf{k},\,\mathbf{k}+\mathbf{l})|^2$ и $|I_2(\mathbf{k},\,\mathbf{k}+\mathbf{l})|^2$, поскольку [эт]о определяется поправками второго приближения, поэтому окончательно [по]лучаем:

$$\zeta=\frac{\dfrac{eF_x}{\pi^2\alpha^2}\cdot\dfrac{N_d}{\alpha^2\Omega_0}\left(\dfrac{2\pi}{G}\right)^3\left[\dfrac{1}{k}\left(\dfrac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk}\right)^2\right]_{\varepsilon_{\mathbf{k}}=\mu}}{J_4\left(\dfrac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^4-2\beta\,J_2\left(\dfrac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^2}\,; \tag{40}$$

[зд]есь

$$J_m\equiv J_m\left(\frac{\theta_{\text{аф}}}{T}\right)=\int\limits_0^{\frac{\theta_{\text{аф}}}{T}}\frac{y^m dy}{(e^y-1)(1-e^{-y})}=m!\sum_{\rho=1}^{\infty}\frac{1}{\rho^m}$$

[пр]и $m=2,\,4$, и, кроме того, приближенно принято, что $|I(\mathbf{k},\,\mathbf{k}+\mathbf{l})|^2\approx\alpha$. [Из] (40) легко видеть, что доля удельной электропроводности, обуслов[ле]нной неупругими столкновениями электронов проводимости и антифер[ром]агнонами, имеет следующую температурную зависимость:

$$\sigma_{\text{неупр}}=a_1\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-2}+a_2\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-4}. \tag{41}$$

[В] силу того что коэффициент a_1 содержит множителем постоянную анизо[тр]опии β, которая мала, может оказаться, что основную роль в (41) играет [чл]ен с T^{-4}.

Расчет доли электропроводности, обусловленной упругими столкно[вен]иями электронов проводимости и антиферромагнонов, легко проводится [по] схеме, изложенной в нашей предыдущей работе [3]. Не повторяя этот

расчет здесь, укажем лишь, что в итоге для соответствующего члена в электропроводности получаем следующую температурную зависимость:

$$\sigma_{\text{упр}} = b_1\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-4} + b_2\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-6}. \quad (42)$$

В целом оба процесса столкновений — упругий и неупругий — дают:

$$\sigma_{\text{аф}} = a_1\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-2} + (a_2 + b_1)\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-4} + b_2\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-6}. \quad (43)$$

Здесь следует заметить, что коэффициент b_1 в (42) содержит постоянную магнитной анизотропии β, поэтому при очень малых значениях этой постоянной основную роль в (42) может играть второй член с T^{-6}. Таким образом, можно ожидать, что специфическая часть электропроводности антиферромагнитного переходного металла в случае сильной анизотропии будет иметь вид:

$$\sigma_{\text{аф}\,(\beta\neq 0)} \approx a_1\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-2} + b_1\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-4}, \quad (43\text{а})$$

а в случае очень слабой анизотропии ($\beta \to 0$):

$$\sigma_{\text{аф}\,(\beta\neq 0)} \approx a_2\left(\frac{T}{\theta_{\text{аф}}}\right)^{-4} + b_2\left(\frac{T}{\theta_{\text{эф}}}\right)^{-6}. \quad (43\text{б})$$

К сожалению, состояние теории пока таково, что мы не можем дать сколько-нибудь определенной количественной оценки численных коэффициентов в этих формулах для удельной электропроводности. Точно также практически отсутствуют опытные данные для низкотемпературного хода электросопротивления этих веществ. Можно лишь сказать, что температурный закон (43) существенно отличается от такового для «фононной» части электропроводности (T^{-5}). Что же касается сравнения с долей сопротивления, обусловленного электронными столкновениями, то, как это следует из нашей работы [3], последнее зависит от температуры по формуле:

$$\sigma_{\text{эл}} = d_1 T^{-2} + d_2 T^{-3};$$

поэтому есть надежда в принципе отличить ее от формулы (43). Несмотря на существенные недостатки работы, связанные с невозможностью дать количественные оценки коэффициентов, проведенный расчет представляется нам интересным, ибо он указывает на вполне реальные возможности появления некоторых особенностей в температурной зависимости электросопротивления антиферромагнитных металлов переходных групп в области низких температур.

Уральский гос. университет

Получена редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Вонсовский С. В., ЖЭТФ, 16, 981 (1946).
2. Вонсовский С. В. и Туров Е. А., ЖЭТФ, 24, 419 (1953).
3. Вонсовский С. В. и Бердышев А. А., ЖЭТФ, 25, 723 (1953).
4. Вонсовский С. В., Современное учение о магнетизме, § 13е.— Гостехиздат М.—Л., 1953.
5. Shull C. G. a. Smart I. S., Phys. Rev., 76, 1256 (1949).
6. Shull C. G. a. oth., Rev. Mod. Phys., 25, 100 (1953).
7. Боголюбов Н. Н. и Тябликов С. В., ЖЭТФ, 19, 256 (1949).
8. Kubo R., Phys. Rev., 87, 568 (1952).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

К. Б. ВЛАСОВ

К ТЕОРИИ АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМА

Известно, что многие вещества, называемые антиферромагнетиками, бладают специфическими свойствами. Температурная зависимость восприимчивости антиферромагнетиков отличается от температурной зависимости, арактерной для парамагнитных веществ, а именно: на кривой зависимости осприимчивости этих веществ от температуры имеется максимум при так азываемой антиферромагнитной точке Кюри T_c. Вблизи этой же точки аблюдается аномальный ход теплоемкости, электросопротивления, коэфициента теплового расширения и т. п. Для объяснения этого явления было начала сделано предположение, а затем подтверждено экспериментально опытах по диффракции нейтронов (см., например, обзор [1]), что в антиерромагнетиках при температурах ниже T_c устанавливается дальний орядок в расположении элементарных магнитных моментов: эти моменты риентированы антипараллельно друг другу.

Первый шаг в развитии теории антиферромагнетизма принадлежит . Д. Ландау [2]. Дальнейшее развитие теория магнитных свойств антиерромагнетиков получила в основном в работах Нееля [3] и Ван Флека [4], оторые использовали метод молекулярного поля. В настоящем сообщении елается попытка построения теории методом энергетических центров яжести.

1. Оператор энергии системы выбираем в виде:

$$H = H_1 + H_2 + H_3 + H_4 = -\frac{\hbar}{2m}\sum_q \Delta_q + \sum_{q<q'} V_{qq'}(|\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_{q'}|) +$$

$$+ \sum_{\alpha, q} G_\alpha(|\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_\alpha|) + \sum_{q \neq q'} \frac{e^2}{2m^2c^2} \cdot \frac{(\sigma_q \sigma_{q'})\, \mathbf{r}_{qq'}^2 - 3(\sigma_q \mathbf{r}_{qq'})(\sigma_{q'} \mathbf{r}_{qq'})}{\mathbf{r}_{qq'}^5}, \quad (1)$$

де H_1 — оператор кинетической энергии электронов, H_2 — оператор энергии лектростатического взаимодействия электронов, H_3 — оператор энергии лектростатического взаимодействия между электронами и ионами решетки, H_4 — оператор энергии спин-спинового магнитного взаимодействия, σ_q — опеатор спина q-го электрона (матрица Паули), $\mathbf{r}_{qq'}$ — расстояние между лектронами, $\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_\alpha (= \mathbf{r}_{\alpha q})$ — расстояние между электроном q и ионом ешетки α.

В случае антиферромагнитных металлов волновую функцию ψ системы заимодействующих электронов можно выбрать в виде суммы антисимметричных произведений атомных функций $\varphi_q(\mathbf{r})$. В случае неметаллических нтиферромагнетиков, представляющих собой химические соединения, волловая функция системы будет иметь более сложный вид (в нее надо ключить волновые функции неметаллических ионов, а также волновые ункции возбужденных состояний). Примером расчета таких систем могут лужить расчеты Ван Флека [4] и Андерсона [5], основанные на представлении так называемом косвенном обмене. Характерно, что окончательное выраение для части энергии системы, зависящей от намагниченности, имеет очно такой же вид, как и в том случае, когда вместо косвенного обменного

3*

взаимодействия имеется обычное обменное взаимодействие. Поэтому можно ожидать, что и учет магнитного взаимодействия в неметаллических антиферромагнетиках приведет к результатам, качественно таким же, как и в случае металлических антиферромагнетиков. Однако это положение требует еще строгого обоснования.

Примем, что волновую функцию системы взаимодействующих магнитноактивных электронов можно выбрать в виде суммы антисимметричных произведений атомных функций. Тогда среднее значение энергии системы $E = \int \Psi H \Psi^* d\Phi$ равно [6]:

$$E(h_1, \ldots, h_r) = \varepsilon - \frac{1}{2} \sum_{q \neq q'} A_{q_h q'_h} - \frac{1}{2} \sum_{q \neq q'} A_{q_k q'_k} + \sum_{q,\, q'} B_{q_h q'_k}, \quad (2)$$

где

$$A_{qq'} = -D_{qq'} + \varepsilon^z_{qq'} + J_{qq'} + I_{qq'} - J^z_{qq'}, \quad B_{qq'} = A_{qq'} - I_{qq'}, \quad (3)$$

причем

$$\left.\begin{aligned} D_{qq'} &= \beta \int r^{-3}_{qq'} \varphi^2_q(\mathbf{r}) \varphi^2_{q'}(\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}', \\ \varepsilon^z_{qq'} &= 3\beta \int |z_{qq'}|^2 r^{-5}_{qq'} \varphi^2_q(\mathbf{r}) \varphi^2_{q'}(\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}', \\ I_{qq'} &= \int [G_\alpha(\mathbf{r}') + G_\beta(\mathbf{r})]\, \varphi_q(\mathbf{r}) \varphi_{q'}(\mathbf{r}') \varphi_q(\mathbf{r}') \varphi_{q'}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}', \\ J_{qq'} &= \beta \int r^{-3}_{qq'} \varphi_q(\mathbf{r}) \varphi_{q'}(\mathbf{r}') \varphi_q(\mathbf{r}') \varphi_{q'}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}', \\ J^z_{qq'} &= 3\beta \int |z_{qq'}|^2 r^{-5}_{qq'} \varphi_q(\mathbf{r}) \varphi_{q'}(\mathbf{r}') \varphi_q(\mathbf{r}') \varphi_{q'}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}'. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Номера $h_1, \ldots, h_r$ относятся к r узлам решетки, около которых находятся электроны, обладающие «правым» спином; номера $k_1, \ldots, k_u$ будем относить к u узлам решетки, около которых находятся электроны с «левым» спином; интегралы $D_{qq'}$ и $\varepsilon^z_{qq'}$ представляют собой квазиклассическое магнитное взаимодействие, интеграл $I_{qq'}$ — обменное электростатическое взаимодействие и интегралы $J_{qq'}$ и $J^z_{qq'}$ — обменное магнитное взаимодействие; ε — часть энергии, не зависящая от расстановки спинов по узлам решетки.

Соотношение (2) можно записать в векторном представлении по Дираку:

$$E = \varepsilon - \sum_{qq'} A'_{qq'} \vec{\sigma}_q \vec{\sigma}_{q'}, \quad (5)$$

где

$$A'_{qq'} = A_{qq'} + B_{qq'} = I_{qq'} - 2D_{qq'} + 2\varepsilon^z_{qq'} + 2J_{qq'} - 2J^z_{qq'}. \quad (6)$$

Будем рассматривать решетку антиферромагнетика в виде совокупности двух подрешеток, намагниченных в противоположных направлениях, и будем полагать сначала, что к первой подрешетке относится N_1 магнитноактивных электронов, из которых r_1 электронов имеют «правый» спин, а ко второй подрешетке — N_2 магнитноактивных электронов, из которых u_2 электронов имеют «левый» спин. Такое разбиение на подрешетки не является строгим, так как намагниченности подрешеток, а следовательно, и величины r_1 и u_2, как можно показать, исходя из перестановочных соотношений для оператора энергии и момента количества движения, не являются интегралами движения. Однако Андерсон [5] показал, что точное значение энергии основного состояния должно быть близким к энергии системы, состоящей из двух магнитных подрешеток. Поэтому ошибки, связанные с приближенным описанием явления путем введения понятия намагниченностей подрешеток, повидимому, не столь велики, как ошибки, связанные

использованием для описания поведения антиферромагнетиков при температурах ниже точки Кюри, приближения энергетических центров тяжести.

Далее будем вести расчет в квазиклассическом приближении, т. е. будем рассматривать величины $\vec{\sigma}_q$ не как операторы, а как единичные векторы. Производя усреднение по всевозможным расстановкам спинов, соответствующих данным намагниченностям в подрешетках, и учитывая энергию системы во внешнем магнитном поле, получим следующее значение для части средней энергии системы, зависящей от намагниченностей подрешеток:

$$\overline{E}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) =$$
$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{2\mathbf{m}_1^2}{N_1^2}\sum_{qq'}^{N_1} A'_{qq'} + \frac{4\mathbf{m}_1\mathbf{m}_2}{N_1N_2}\sum_{qj}^{N_1N_2} A'''_{qj} + \frac{2\mathbf{m}_2^2}{N_2^2}\sum_{jj'}^{N_2} A''_{jj'}\right] - 2\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2), \quad (7)$$

где $\mathbf{m}_1 = r_1 - \frac{N_1}{2}$, $\mathbf{m}_2 = u_2 - \frac{N_2}{2}$, μ_0 — магнетон Бора и $A'_{qq'}$, $A''_{jj'}$ и A'''_{qj} — суммы интегралов типа (6) соответственно для электронов, относящихся к первой подрешетке, ко второй подрешетке и к обеим подрешеткам.

Будем считать, что все атомы в подрешетках одинаковы и каждый из них расположен по отношению ко всем остальным так же, как и любой другой. Тогда двойные суммы можно выразить через одинарные, относящиеся соответственно к произвольному атому q', j', q или j:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{q\neq q'}^{N_1} A'_{qq'} = N_1 \sum_{q\,(\neq q')}^{N_1} A'_{qq'}, \quad \sum_{j\neq j'}^{N_2} A''_{jj'} = N_2 \sum_{j\,(\neq j')}^{N_2} A''_{jj'}, \\ &\sum_{q,\,j}^{N_1N_2} A'''_{qj} = N_1 \sum_{j}^{N_2} A'''_{qj} = N_2 \sum_{q}^{N_1} A'''_{qj}. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Установим теперь угловую зависимость величин типа $\sum_{q\,(\neq q')} A_{qq'}$. Для этого надо рассмотреть кристаллическую решетку определенного типа. Рассмотрим сначала решетку тетрагонального типа. Направим ось Z вдоль направления намагниченности подрешеток, а с кристаллографическими осями свяжем координатную систему $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$. Тогда

$$z_{qq'} = \cos\gamma_1 \cdot \bar{x}_{qq'} + \cos\gamma_2 \bar{y}_{qq'} + \cos\gamma_3 \cdot \bar{z}_{qq'}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8), производя суммирование, учитывая условия симметрии, согласно которым члены, содержащие $\bar{x}_{qq'}$, $\bar{y}_{qq'}$ и $\bar{z}_{qq'}$ в первой степени, взаимно приведутся, считая интегралы, содержащие $\bar{y}^2_{qq'}$ и $\bar{z}^2_{qq'}$, равными между собой (тетрагональная ось проходит вдоль оси $\bar{x}$), учитывая тригонометрическое тождество $\cos^2\gamma_2 + \cos^2\gamma_3 = 1 - \cos^2\gamma_1$ и группируя слагаемые, зависящие, и слагаемые, не зависящие от угла $\gamma_1 = \gamma$, получим:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{q\,(\neq q')}^{N_1} A'_{qq'} = P + P'\cos^2\gamma, \quad \sum_{j\,(\neq j')}^{N_2} A''_{jj'} = R + R'\cos^2\gamma, \\ &\sum_{j}^{N_2} A'''_{qj} = Q + Q'\cos^2\gamma, \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

где P, Q, R — суммы интегралов, характеризующих величину электростатического и магнитного взаимодействия, а P', Q', R' — суммы интегралов, характеризующих магнитное взаимодействие электронов, относящиеся

соответственно к первой, второй подрешеткам и к обеим подрешеткам. В случае гексагональной кристаллической решетки получаются выражения, аналогичные (10).

2. Для нахождения свободной энергии системы необходимо вычислить фазовую сумму, которая в данном случае равна:

$$Z = \sum_{m_1=-\frac{N_1}{2}}^{\frac{N_1}{2}} \sum_{m_2=-\frac{N_2}{2}}^{\frac{N_2}{2}} \binom{N_1}{\frac{N_1}{2}+m_1} \binom{N_2}{\frac{N_2}{2}+m_2} e^{-\frac{E}{kT}}. \qquad (11)$$

В этой сумме подавляющую роль играют те члены, для которых m_1 и m_2 близки к некоторым средним значениям $\overline{m}_1$ и $\overline{m}_2$. Поэтому в (11) суммирование можно снять, подставив вместо m_1 и m_2 их средние значения $\overline{m}_1$ и $\overline{m}_2$. Подставляя (7) в (11), учитывая при этом (8) и (10), используя формулу Стирлинга $\ln n! = n(\ln n - 1)$ и вводя средние значения относительных намагниченностей подрешеток $y_1 = \frac{2\overline{m}_1}{N_1}$ и $y_2 = \frac{2\overline{m}_2}{N_2}$ для части свободной энергии системы, зависящей от намагниченности, получим следующее выражение:

$$\Phi(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{H}, \gamma) = -kT\ln Z = \frac{N_1}{2}kT\,[(1+|\mathbf{y}_1|)\ln(1+|\mathbf{y}_1|) +$$
$$+(1-|\mathbf{y}_1|)\ln(1-|\mathbf{y}_1|)] + \frac{N_2}{2}kT\,[(1+|\mathbf{y}_2|)\ln(1+|\mathbf{y}_2|) +$$
$$+(1-|\mathbf{y}_2|)\ln(1-|\mathbf{y}_2|)] - \frac{N_1}{4}\mathbf{y}_1^2(P+P'\cos^2\gamma) -$$
$$-\frac{N_1}{2}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)(Q+Q'\cos^2\gamma) - \frac{N_2}{4}\mathbf{y}_2^2(R+R'\cos^2\gamma) -$$
$$-2\mu_0\,\mathbf{H}\left(\mathbf{y}_1\frac{N_1}{2} + \mathbf{y}_2\frac{N_2}{2}\right). \qquad (12)$$

В антиферромагнетиках подрешетки эквивалентны между собой, т. е. $N_2 = N_1 = \frac{N_1}{2}$, $R = P$, $R' = P'$. При отсутствии магнитного поля и наличии отрицательного обменного взаимодействия между подрешетками будет осуществляться антипараллельная ориентация векторов намагниченности подрешеток (как будет видно из дальнейшего, для этого также необходимо выполнение условия $(P-Q)+(P'-Q')\cos^2\gamma > 0$), т. е. $\mathbf{y}_1 = -\mathbf{y}_2 = \mathbf{y}$. Если $(P'-Q') > 0$, то минимальное значение энергия имеет при $\gamma = 0$ (векторы намагниченностей подрешеток совпадают с направлением тетрагональной или гексагональной оси; будем в дальнейшем это направление называть направлением преимущественного намагничивания); если $(P'-Q') < 0$, то минимальное значение энергия имеет при $\gamma = 90°$ (намагниченности в подрешетках ориентированы антипараллельно друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной тетрагональной или гексагональной оси).

В присутствии магнитного поля при произвольной его ориентации по отношению к тетрагональной или гексагональной оси (будем в дальнейшем считать это направление направлением преимущественного намагничивания и обозначать на рисунках буквой D, а ориентацию поля по отношению к этому направлению задавать углом β), векторы намагниченностей подрешеток будут иметь такую ориентацию, как представлено

на рис. 1. Намагниченности подрешеток y_1 и y_2 будут составлять с направлением поля соответственно углы $(\psi - \alpha_1)$ и $(180 - \psi - \alpha_2)$, а абсолютные величины векторов намагниченностей подрешеток при наложении поля изменятся соответственно на величины $(\Delta y_1)_\psi$ и $(\Delta y_2)_\psi$, т. е. $|y_1| = |y| + (\Delta y_1)_\psi$ и $|y_2| = |y| - (\Delta y_2)_\psi$. Так как энергия магнитного взаимодействия, определяющая величину угла $\gamma = \psi - \beta$, на 3—4 порядка меньше энергии обменного электростатического взаимодействия, определяющей углы α_1 и α_2 и приращения $(\Delta y_1)_\psi$ и $(\Delta y_2)_\psi$, то величины α_1, α_2, $(\Delta y_1)_\psi$ и $(\Delta y_2)_\psi$ можно считать малыми по сравнению с ψ и y и в первом приближении принять, что $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, $(\Delta y_1)_\psi = (\Delta y_2)_\psi = \Delta y$ и $\Delta y_1 = \Delta y_2 = \frac{y_1 + y_2}{2}$. В этих приближениях свободная энергия антиферромагнетика запишется в виде:

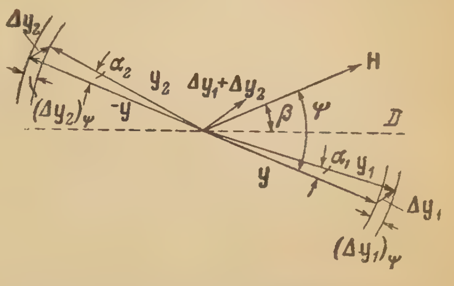


Рис. 1. Схема, иллюстрирующая взаимное расположение векторов намагниченности подрешеток антиферромагнетика при данном направлении внешнего поля и оси преимущественного намагничивания

$$\Phi = \frac{NkT}{4}[(1 + y + \Delta y)\ln(1 + y + \Delta y) + (1 - y - \Delta y)\ln(1 - y - \Delta y) + (1 + y - \Delta y)\ln(1 + y - \Delta y) + (1 - y + \Delta y)\ln(1 - y + \Delta y)] - \frac{N}{2}(y^2 + \Delta y^2)[P + P'\cos^2(\psi - \beta)] + \frac{N}{2}(y^2 - \Delta y^2)(1 - 2\alpha^2)[Q + Q'\cos^2(\psi - \beta)] - N\mu_0 H(\alpha y \sin\psi + \Delta y \cos\psi). \tag{13}$$

Равновесные значения y, Δy, α и ψ находим из условий минимума

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y} = 0, \tag{14а}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\Delta y} = 0, \tag{14б}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} = 0, \tag{14в}$$

$$\frac{\delta\Phi}{\partial\psi} = 0. \tag{14г}$$

Пренебрегая в (14а) величинами α и Δy, получим уравнение для определения температурной зависимости y:

$$y = \mathrm{tgh}\, y\frac{T_c}{T}, \tag{15}$$

где

$$T_c = \frac{(P - Q) + (P' - Q')\cos^2(\psi - \beta)}{k} \tag{16}$$

— антиферромагнитная точка Кюри, выше которой антиферромагнетизм исчезает.

Пренебрегая в (14б) величиной α^2 и разлагая $\ln\frac{(1 + y + \Delta y)(1 - y + \Delta y)}{(1 - y - \Delta y)(1 + y - \Delta y)}$ в ряд по Δy вблизи $(1 + y)$ и $(1 - y)$, получим

$$\Delta y = \frac{\mu_0 H (1 - y^2) \cos\psi}{k [T + \theta (1 - y^2)]}, \qquad (17)$$

где

$$\theta = -\frac{(P + Q) + (P' + Q') \cos^2 (\psi - \beta)}{k}. \qquad (18)$$

Пренебрегая в (14в) величиной Δy^2 и учитывая (16) и (18), имеем:

$$\alpha = \frac{\mu_0 H \sin\psi}{yk (T_c + \theta)}. \qquad (19)$$

Величина результирующей намагниченности, согласно (17) и (19), определяется следующим образом:

$$I = N\mu_0 \Delta y \cos\psi + N\mu_0 \alpha y \sin\psi = (\chi_{||} \cos^2\psi + \chi_{\perp} \sin^2\psi) H, \qquad (20)$$

где

$$\chi_{||} = \frac{N\mu_0^2 (1 - y^2)}{k [T + \theta (1 - y^2)]} \qquad (21)$$

и

$$\chi_{\perp} = \frac{N\mu_0^2}{k (T_c + \theta)}, \qquad (22)$$

а равновесное значение ψ находится из уравнения

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta - \frac{H^2}{H_0^2}}, \qquad (23)$$

где

$$H_0^2 = \frac{N (P' - Q')}{\chi_{\perp}} \cdot \frac{y^2}{1 - \frac{\chi_{||}}{\chi_{\perp}}} = H_0(0) \frac{y^2}{1 - \frac{\chi_{||}}{\chi_{\perp}}}, \qquad (24)$$

которое получается из (14г), если пренебречь Δy^2, $2\alpha^2$ и учесть (17), (19), (21) и (22).

Из (20) и (23) следует, что результирующая намагниченность зависит от поля нелинейно. Поэтому в антиферромагнетиках следует различать понятия дифференциальной восприимчивости $\chi_{\text{дифф}}$ и полной восприимчивости $\chi_{\text{п}}$, которые соответственно равны:

$$\chi_{\text{дифф}} = \frac{dI}{dH} \quad \text{и} \quad \chi_{\text{п}} = \frac{I}{H} = \frac{1}{H} \int_0^H \chi_{\text{дифф}}\, dH. \qquad (25)$$

В экспериментальных работах обычно измеряется полная восприимчивость, которая согласно (25) и (20) равна:

$$\chi_{\text{п}} = \chi_{||} \cos^2\psi + \chi_{\perp} \sin^2\psi. \qquad (26)$$

Выражение для дифференциальной восприимчивости можно получить, используя определение полной восприимчивости (25) или непосредственно дифференцируя (20):

$$\chi_{\text{дифф}} = \chi_{\text{п}} + H \frac{d\chi_{\text{п}}}{dH}. \qquad (27)$$

Уравнения (26), (21), (22), (23), (24) и (15) определяют зависимость полной восприимчивости антиферромагнетика от абсолютной величины

магнитного поля и его ориентации по отношению к кристаллографическим осям и от температуры при $T < T_c$. При $T > T_c$ эти соотношения (за исключением (21)) уже не справедливы, так как при этих температурах Δy нельзя считать малым по сравнению с y ($y = 0$) и восприимчивость должна подчиняться, согласно (21), закону Кюри—Вейсса

$$\chi = \frac{N\mu_0^2}{k(T + \theta')}, \tag{28}$$

где θ' — парамагнитная точка Кюри, определяемая из соотношения:

$$\theta' = -\frac{(P + Q)}{k}. \tag{29}$$

3. Проанализируем выражение (26) более подробно. Сначала выясним зависимость восприимчивости от поля. Пусть магнитное поле приложено в направлении, перпендикулярном направлению преимущественного намагничивания, т. е. $\beta = 90°$. В этом случае согласно (23) при всех значениях поля $\psi = 90°$ и полная восприимчивость по (26) равна перпендикулярной восприимчивости $\chi_\perp$, а также дифференциальной восприимчивости.

Пусть магнитное поле приложено вдоль направления преимущественного намагничивания, т. е. $\beta = 0$. В этом случае согласно (23) $\psi = 0$ при $H < H_0$ и $\psi = 90°$ при $H > H_0$, где H_0 — критическое поле, определяемое по (24). Таким образом, согласно (26) полная восприимчивость $\chi_п$ при $H < H_0$ равна параллельной восприимчивости $\chi_{||}$, при $H = H_0$ $\chi_п$ изменяет свое значение скачком до величины, равной перпендикулярной восприимчивости $\chi_\perp$, а при $H > H_0$ остается постоянной величиной, равной $\chi_\perp$. Дифференциальная восприимчивость в тех же интервалах полей равна соответственно $\chi_{||}$, ∞ и $\chi_\perp$.

При произвольной ориентации поля, задаваемой углом β, зависимость $\chi_п$ от поля будет иметь более сложный характер, а именно: полная восприимчивость с ростом поля будет монотонно увеличиваться от величины $\chi_п = \chi_{||}\cos^2\beta + \chi_\perp \sin^2\beta$ при полях $H \ll H_0$ до величины $\chi_п = \chi_\perp$ при полях $H \gg H_0$. Величины $\chi_{||}$ и H_0 при этом зависят от температуры. При $T \to 0°$ К $\chi_{||} \to 0$, $H_2 \to H_0(0)$ и зависимость полной восприимчивости от поля переходит в зависимость, полученную Неелем [3].

Рассмотрим температурную зависимость полной восприимчивости. В случае слабых полей $H \ll H_0$ $\psi = \beta$ и температурная зависимость полной восприимчивости $\chi_п = \chi_{||}\cos^2\beta + \chi_\perp \sin^2\beta$ целиком определяется температурной зависимостью $\chi_{||}$ и $\chi_\perp$. В случае больших полей ($H \gg H_0$) $\chi_п = \chi_\perp$.

Перпендикулярная восприимчивость согласно (22) не должна зависеть от температуры, а параллельная восприимчивость согласно (21) увеличивается с ростом температуры от 0 при $T = 0°$ К до значения $\chi_{||} = \chi_\perp$ при $T = T_c$.

Последний вывод согласуется с выводами теории Нееля и Ван Флека [3, 4]. Кроме того, как следует из (21), вид кривой температурной зависимости $\chi_{||}$ должен определяться величиной отношения парамагнитной точки Кюри θ' к антиферромагнитной точке Кюри T_c: чем меньше это отношение, тем больший наклон по отношению к оси температур вблизи T_c должна образовывать касательная к этой кривой (кривая должна идти более круто).

Зависимость дифференциальной восприимчивости от поля или температуры легко установить по (27) и соответствующей зависимости $\chi_{п}$. При этом $\chi_{дифф} \geqslant \chi_{п}$, так как в рассматриваемом диапазоне полей (полей, при которых выполняется условие $\Delta y \ll y$ и $\alpha \ll \psi$) $\chi_{п} > 0$ и $\frac{\partial \chi}{\partial H} > 0$.

Величина критического поля H_0 согласно (24) должна зависеть от температуры, а именно, возрастать от $H_0(0) = \left[\frac{N(P'-Q')}{\chi_\perp}\right]^{1/2}$ при $T = 0°$ К до величины $H_0(T_c) = \left[\frac{3}{2}\left(1 + \frac{\theta}{T_c}\right)\right]^{1/2} H_0(0)$ при $T = T_c$. Это возрастание должно зависеть от величины отношения $\frac{\theta}{T_c}$. На рис. 2 показан вид предсказываемой теорией зависимости относительного значения критического поля $\frac{H_0}{H_0(0)}$ от относительной температуры $\frac{T}{T_c}$ для случая, когда $\theta = T_c$.

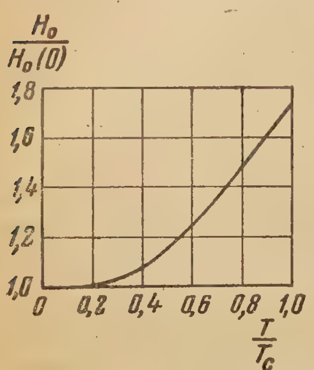


Рис. 2. Предсказываемая теорией зависимость относительной величины критического поля от относительной температуры

Существенным следствием расчета является заключение, что согласно (16) антиферромагнитная точка Кюри должна зависеть от величины угла между направлением намагниченностей в подрешетках и направлением преимущественного намагничивания.

Следует отметить при этом следующее обстоятельство: в случае ферромагнетиков понятие точки Кюри имеет смысл только тогда, когда внешнее поле $H = 0$, так как последнее устанавливает ферромагнитный порядок и выше точки Кюри; в случае же антиферромагнетиков внешнее поле не может установить антиферромагнитный порядок. Поэтому имеет смысл говорить об антиферромагнитной точке Кюри и при наличии магнитного поля (вообще говоря, достаточно слабого, при котором выполняется условие $\Delta y \ll y$ и $\alpha \ll \psi$, так как при бóльших полях возможно разрушение антиферромагнитного порядка полем). В соответствии с этим эффект зависимости точки Кюри от ориентации намагниченностей в подрешетках можно установить следующим образом. Приложим поле в направлении преимущественного намагничивания ($\beta = 0$). В этом случае, если $H < H_0$, то $\psi = 0$ и точка Кюри согласно (16) равна $T_{c_1} = \frac{(P-Q)+(P'-Q')}{k}$, если $H > H_0$, то $\psi = 90°$ и $T_{c_2} = \frac{(P-Q)}{k}$, т. е. антиферромагнитная температура Кюри должна уменьшиться на величину:

$$\Delta T_c = T_{c_1} - T_{c_2} = \frac{P'-Q'}{k}. \tag{30}$$

В поликристаллах при полях $H > H_0$ следует говорить уже не о точке Кюри, а об области температур Кюри $T_{c_1} > T > T_{c_2}$, внутри которой различно ориентированные кристаллы переходят в антиферромагнитное состояние при различных температурах.

4. Произведем сравнение полученных зависимостей с опытными данными.

С самого начала следует отметить, что строгого количественного совпадения теоретических и опытных зависимостей от теории требовать нельзя, так как метод энергетических центров тяжести по существу применим лишь для области температур выше точки Кюри и только с некоторыми оговорками вблизи точки Кюри. Кроме того, разбиение антиферромагнетика на магнитные подрешетки вблизи точки Кюри может оказаться менее

законным, чем вблизи абсолютного нуля температур. Однако, принимая во внимание тот факт, что в случае ферромагнетиков теоретические зависимости, полученные по методу энергетических центров тяжести, довольно хорошо согласуются с опытными зависимостями, можно ожидать, что и в случае антиферромагнетиков мы получим, по крайней мере, качественно удовлетворительное согласие.

Температурная зависимость параллельной и перпендикулярной восприимчивости приведена в [7]. На рис. 3 приведено сравнение теоретической температурной зависимости параллельной восприимчивости (пунктирная кривая) с опытными данными для MnF_2 и FeF_2. Согласие получается довольно хорошее, если учесть предыдущие замечания. Перпендикулярная восприимчивость согласно [7] с понижением температуры в MnF_2 растет, а в FeF_2 падает. Это расхождение с предсказанием теории о постоянстве $\chi_\perp$ может быть вызвано не только несовершенством теории, а также тем фактом, что авторы работы [7] сами измеряли непосредственно лишь разность $\chi_\perp - \chi_\parallel$, а температурную зависимость $\chi_\parallel$ и $\chi_\perp$ получали путем пересчета, используя данные о температурной зависимости результирующей восприимчивости в поликристалле других авторов [8, 9], что могло привести к неправильным зависимостям. Последнее весьма вероятно, так как авторы другого сообщения [10], измерявшие непосредственно перпендикулярную восприимчивость в антиферромагнетике $CuCl_2 \cdot 2H_2O$ ($T_c = 4{,}3°$ K), показали, что $\chi_\perp$ практически не зависит от температуры. В этой же работе показано, что в согласии с теорией при полях $H > H_0$ восприимчивость, измеренная в различных кристаллографических направлениях, становится равной $\chi_\perp$.

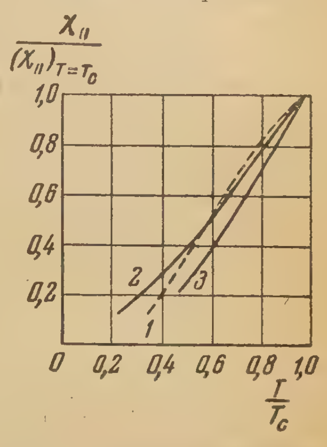


Рис. 3. Сравнение экспериментальных кривых температурной зависимости параллельной восприимчивости для MnF_2 и FeF_2 с теоретической кривой: *1* — теоретическая, *2* — для MnF_2, *3* — для FeF_2

Предсказание теории о том, что вид кривой температурной зависимости параллельной (а, следовательно, для поликристаллов и результирующей) восприимчивости определяется величиной отношения $\frac{\theta}{T_c}$, подтверждается экспериментально на таких веществах, как FeO и FeF_2, а именно, согласно данным, приведенным в [11], при температурах $T > \frac{1}{2} T_c$ восприимчивость с понижением температуры для FeF_2 $\left(\frac{\theta}{T_c} = 1{,}48\right)$ спадает более резко, чем для FeO $\left(\frac{\theta}{T_c} = 2{,}9\right)$, даже если совместить эти кривые при абсолютном нуле. Однако следует заметить, что в веществах, обладающих сравнительно большим значением отношения $\frac{\theta}{T_c}$, таких, как MnO $\left(\frac{\theta}{T_c} = 5\right)$, это предсказание теории уже не выполняется.

Как уже упоминалось, критическое поле должно зависеть от температуры. Это заключение находит себе подтверждение в работах по исследованию монокристаллов $CuCl_2 \cdot 2H_2O$. Хотя это вещество обладает не тетрагональной кристаллической структурой, а относится к ромбическому бипирамидальному классу, однако в нем имеется направление преимущественного намагничивания, и можно ожидать качественного согласия опытных закономерностей с приведенными выше теоретическими закономерностями. Так, согласно [12, 13], критическое поле в соответствии с

выводами теории увеличивается с температурой, причем $H_0 = 6500$ Ое при $T = 1{,}57°$ К и 7460 Ое и при $T = 3{,}02°$ К. Однако это увеличение несколько меньше, чем следовало бы ожидать теоретически, судя по графику рис. 2.

Опыты по изучению протонного резонанса в $CuCl_2 \cdot 2H_2O$, описанные в [12, 14], позволяют по величине расщепления резонансных линий определить температурную зависимость среднего магнитного момента иона, т. е. по существу определить намагниченности подрешеток, а также по изменению симметрии полярных диаграмм резонансных линий (зависимости частоты резонансной линии от ориентации поля по отношению к кристаллографическим осям) с большей точностью определить антиферромагнитную точку Кюри.

Из этих опытов следует, что вплоть до температур 4° К наблюдается хорошее согласие температурной зависимости намагниченности подрешеток с зависимостью, даваемой формулой (15), если положить, что $T_c = 4{,}5°$ К. При более высоких температурах намагниченность спадает более резко, чем предсказывается формулой (15). Это расхождение может быть, повидимому, объяснено влиянием ближнего порядка.

В работе [14] показано, что антиферромагнитная точка Кюри в $CuCl_2 \cdot 2H_2O$ зависит от величины магнитного поля, приложенного во время измерения: если поле приложено в направлении, перпендикулярном к направлению преимущественного намагничивания, то при изменении поля от 0 до 9000 Ое ($H > H_0$) уменьшение температуры точки Кюри составляет менее 0,002° С. Если поле приложено вдоль направления преимущественного намагничивания, то по мере возрастания поля T_c резко изменяет свою величину от значения $T_{c_1} = 4{,}33°$ К при поле $H < H_0$ до значения $T_{c_2} = 4{,}29°$ К при $H > H_0$ в полном согласии с предсказаниями теории.

Изменение точки Кюри может быть обусловлено либо непосредственным влиянием магнитного поля, обсуждаемым, например, в [15], либо изменением ориентации намагниченности в подрешетках при поле, равном критическому полю.

Критическое поле $H_{кр}$, приводящее к разрушению антиферромагнитного порядка при $T = 0$, согласно [15] в данном веществе равно $H_{кр} = \frac{kT_c}{\mu_0} = 63\,000$ Ое, что на порядок величины больше критического поля H_0, приводящего к изменению ориентации намагниченностей в подрешетках. Поэтому можно утверждать, что резкое изменение величины T_c при поле, близком к H_0, вызывается второй причиной.

Из (30) и (24) следует, что между величинами изменения точки Кюри ΔT_c, критическим полем при $T = 0°$ К $H_0(0)$ и перпендикулярной восприимчивостью имеется соотношение:

$$H_0^2\,(0) = \frac{Nk\Delta T_c}{\chi_\perp}. \tag{31}$$

Если в (31) подставить значение $\chi_\perp = 170 \cdot 10^{-6}$, измеренное при $T < T_c$ [10], то для $H_0(0)$ получим $H_0(0) = 10\,600$ Ое. Перпендикулярную восприимчивость можно оценить еще из закона Кюри—Вейсса (28), подставив туда опытные значения $\theta' = 5°$ К и $T = T_c = 4{,}3°$ К. В этом случае $\chi_\perp = \chi(T_c) = 280 \cdot 10^{-6}$, а $H_0(0)$ согласно (31) равно 6450 Ое. В обоих случаях получаем удовлетворительное качественное (в последнем случае и количественное) согласие оцененных теоретически и опытных величин. Однако надо отметить, что причина различия в величинах перпендикулярной восприимчивости, определяемой различными путями, пока еще не ясна.

5. В заключение отметим, что основные результаты проведенных расчетов сводятся к следующему:

1) получено выражение для восприимчивости антиферромагнитных монокристаллов, учитывающее анизотропию этой величины, для области сравнительно высоких температур (до антиферромагнитной точки Кюри);

2) получено выражение для температурной зависимости критического поля, выше которого эта анизотропия должна исчезать *;

3) получено выражение, описывающее анизотропию антиферромагнитной точки Кюри;

4) показано, что между величиной квадрата критического поля, измеренного при абсолютном нуле температур, величиной изменения точки Кюри в поле, равном критическому полю (приложенном вдоль направления преимущественного намагничивания), и величиной перпендикулярной восприимчивости имеется однозначная связь.

5) показано, что вид температурной зависимости восприимчивости и критического поля должен зависеть от величины отношения парамагнитной точки Кюри к антиферромагнитной точке Кюри;

6) показано, что анизотропия восприимчивости, критическое поле и анизотропия точки Кюри определяются одной причиной — зависимостью энергии антиферромагнетика от ориентации элементарных магнитных моментов относительно кристаллографических осей, обусловленной магнитным квазиклассическим и обменным взаимодействием.

Институт физики металлов
Уральского филиала АН СССР

Получена редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Озеров Р. П., УФН, **47**, 445 (1952).
2. Ландау Л., Sow. Phys., **4**, 675 (1933).
3. Néel L., Ann. de phys., **18**, 5 (1932); **5**, 232 (1936); **3**, 1937 (1948).
4. Van Vleck J. H., J. Chem. Phys., **9**, 85 (1941); Journ. de phys. et le rad., **12**, 262 (1951).
5. Anderson P. W., Phys. Rev., **83**, 1260 (1951).
6. Вонсовский С. В., ЖЭТФ, **10**, 762 (1940); Вонсовский С. В. и Шур Я. С., Ферромагнетизм.—ГИТТЛ, М.—Л., 1948.
7. Stout J. W. a. Matarresé L. M., Rev. Mod. Phys., **25**, 338 (1953).
8. de Haas W. J., Schultz B. H. a. Koolhaus J., Physica, **7**, 57 (1940).
9. Bisette H. et Tsai B., C. R., **212**, 119 (1941).
10. Van den Handel J., Gijsman H. M. a. Poulis N. J., Physica, **18**, 862 (1952).
11. Bisette H., Ann. de phys., **1**, 233 (1946).
12. Gorter C. J., Rev. Mod. Phys., **25**, 332 (1953).
13. Poulis N. J. a. Hardeman G. E. G., Physica, **18**, 315 (1952).
14. Poulis N. J. a. Hardeman G. E. G., Physica, **18**, 429 (1952).
15. Garrett C. G. B., J. Chem. Phys. **17**, 1154 (1951).
16. Poulis N. J. a. Hardeman G. E. G., Physica, **20**, 7 (1954).

* После прочтения нашего доклада на Совещании по магнетизму появилась работа [16], в которой получена зависимость, совпадающая с (24), причем сравнение ее с опытными данными, также полученными в [16], полностью ее подтверждает. (Примечание автора при подготовке доклада к печати.)

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

К. М. ПОЛИВАНОВ, Я. Н. КОЛЛИ и М. Б. ХАСИНА

ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ САНТИМЕТРОВЫХ ВОЛН ФЕРРИТОВОЙ ШАЙБОЙ

Вращение плоскости поляризации сантиметровых волн продольно-намагниченными ферромагнетиками аналогично магнетооптическому эффекту Фарадея, хотя и содержит существенные особенности, обусловленные, во-первых, интенсивностью эффекта и, во-вторых, тем, что в случае сантиметровых волн толщина вращающего слоя может оказаться одного порядка с длиной волны.

Вращение плоскости поляризации может найти ряд применений в технике сантиметровых волн, например для устройства управляемых током антенных переключателей, для модуляции и регулирования излучаемой мощности, для заграждения генератора от волн, отражаемых нагрузкой, и т. п. [1—4]. Изучение этого эффекта представляет значительный интерес также для понимания физики процессов намагничивания в полях высокой частоты и для дальнейшего развития в области разработки новых магнитных материалов.

В излагаемой работе нами было проведено экспериментальное исследование вращения плоскости поляризации никель-цинковым ферритом * марки О-400, а также были выведены основные уравнения для простейшей системы (плоская волна в бесконечно протяженной пластине конечной толщины), позволяющие выяснить возможное влияние ряда факторов, не всегда принимаемых во внимание.

Методика эксперимента

Экспериментальная установка представляла собой аналог оптической системы Фарадея и подобна установке, описанной Хоганом [1, 2]. Два прямоугольных волновода (рис. 1) были соединены между собой переходом, средняя часть которого представляла круглый волновод, перегороженный ферритовым диском. Ферритовый диск был вставлен в специальную оправку (рис. 2), которая помещалась в разъем круглого волновода. Устройство перехода позволяло поворачивать один прямоугольный волновод относительно другого с точным отсчетом угла поворота. Круглый волновод был охвачен катушкой, при помощи которой осуществлялось намагничивание диска в направлении, параллельном оси волновода.

Характер сечения прямоугольных волноводов допускал распространение в них только волн типа TE, имеющих вектор **E**, направленный перпендикулярно длинной стороне сечения волновода. Для поглощения других типов волн внутри согласующих переходов были расположены соответствующие устройства.

Измерение угла поворота плоскости поляризации, создаваемой ферритовыми дисками, производилось следующим путем. Плоскополяризован-

* Образцы исследуемого феррита специальной формы были изготовлены в лаборатории, руководимой Н. Н. Шольц, которой авторы выражают свою признательность.

ая волна, поступающая в круглую секцию из волновода, связанного с енератором, изменяет угол поляризации, проходя через ферритовый диск одновременно превращаясь из волны плоскополяризованной в волну, оляризованную по эллипсу (см. иже, стр. 353).

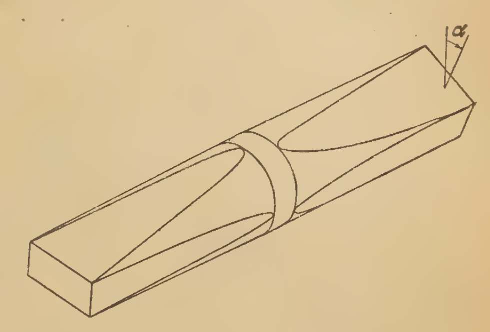


Рис. 1. Схематическое изображение двух прямоугольных волноводов, соединенных переходным устройством, содержащим отрезок круглого волновода, α — угол поворота одного прямоугольного волновода относительно другого

Во втором прямоугольном волноводе расположен детектор, соединенный с измерительным прибором, позволяющим определять значение амплитуды напряженности лектрического поля в этом втором олноводе. По мере поворачивания торого волновода относительно ервого показание прибора изменялось и достигало максимума, огда проходящая в волновод плоскополяризованная волна соответствовала большой оси эллипса поляризации. При дополнительном по-

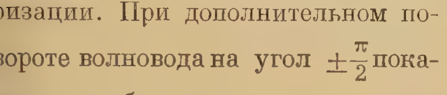

вороте волновода на угол $\pm\frac{\pi}{2}$ показание прибора становилось минимальным — теперь проходящая волна соответствовала амплитуде малой оси эллипса поляризации. Отношение амплитуд электрического поля при



Рис. 2. Внешний вид ферритовых дисков, помещенных в средней части круглого волновода

указанных двух положениях волновода позволяет определить эллиптичность волны, выходящей из диска. Эллипс поляризации можно характеризовать эллиптичностью в децибелах, определяемой равенством:

$$d = 10 \lg \frac{E_{max}}{E_{min}},$$

где E_{max} — напряженность электрического поля по большой оси эллипса, а E_{min} — то же по малой оси. Очевидно, что при таком определении круговая поляризация характеризуется числом $d = 0$, а плоская поляризация — числом $d \to \infty$. При эллиптичности $d = 20$ db отношение напряженностей поля по двум ортогональным направлениям (в одном из которых напряженность максимальна) равно 100.

Результаты наблюдений

Основные результаты проведенных наблюдений — в виде зависимости угла поворота плоскости поляризации от величины магнитного поля — показаны на рис. 3.

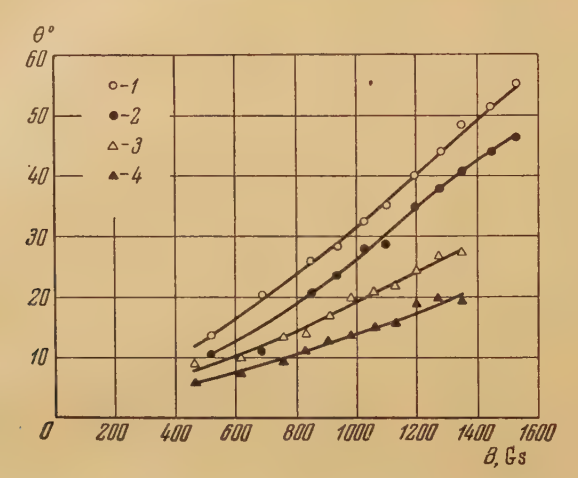


Рис. 3. Зависимость угла поворота большой оси эллипса поляризации от величины постоянного магнитного поля, параллельного оси волновода. По оси абсцисс отложены средние значения индукции на поверхности дисков. *1, 2* — кривые для дисков толщиной $b = 10{,}5$ мм соответственно при частотах 3240 и 2560 MHz, *3, 4* — то же для дисков толщиной $b = 7$ мм

Их анализ подтверждает существование нелинейной зависимости угла поворота от толщины шайбы: отношения величины угла поворота для шайбы толщиной 10,5 мм к величине угла поворота для шайбы 7,0 мм составляет $1{,}64 \pm 0{,}03$ на частоте 3040 MHz и $2{,}0 \pm 0{,}1$ на частоте 2560 MHz, а отношение толщин равно 1,50. Уменьшение угла поворота при уменьшении частоты можно объяснить уменьшением электрической длины шайбы.

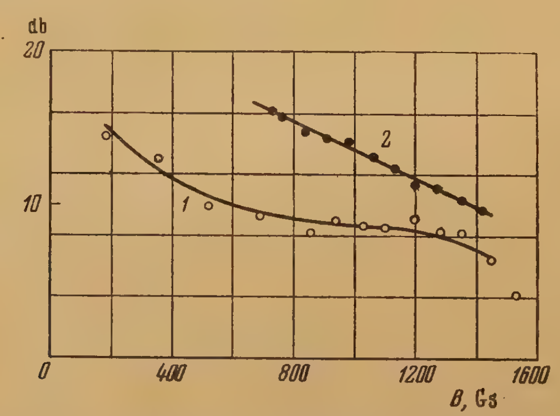


Рис. 4. Зависимость коэффициента эллиптичности *d* от магнитной индукции на поверхности дисков: *1* — кривая для диска толщиной $b = 10{,}5$ мм, *2* — кривая для диска толщиной $b = 7$ мм

На рис. 4 показана зависимость эллиптичности поляризации от величины магнитного поля. Уменьшение эллиптичности при увеличении

величении поля свидетельствует о приближении к моменту гиро-агнитного резонанса для одной поляризованной по кругу составляю-ей.

Вращение плоскости поляризации бесконечно протяженной пластиной конечной толщины

Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся в направлении оси через пластину конечной толщины b, ограниченную параллельными тенками, нормальными к Z. Постоянное магнитное поле будем полагать аправленным по оси Z. Это поле $B_0 = B_z = \text{const}$ создает магнитную иротропность среды.

Пользуясь обычным методом комплексных величин, связь между еременными составляющими индукции и напряженности магнитного поля ожно выразить равенствами:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\mu_0}\dot{B}_x &= \mu\dot{H}_x + i\mu_\Gamma\dot{H}_y, \\ \frac{1}{\mu_0}\dot{B}_y &= -i\mu_\Gamma\dot{H}_x + \mu\dot{H}_y, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

це μ и μ_Γ — комплексные проницаемости; их мнимые составляющие арактеризуют наличие потерь; μ_Γ может быть названа гиротропной роницаемостью; μ_0 — постоянная, равная $4\pi \cdot 10^{-9}$ Н см$^{-1}$ при пользовании рактической системой единиц. Осуществляя переход от комплексных еличин к мгновенным значениям, полагаем, что мгновенное значение, по бычным правилам, получается как вещественная часть $\dot{H}_x = H_x e^{j\varphi_x}$, множенного на $e^{j\omega t}$, т. е. что

$$H_x(t) = \operatorname{Re}(\dot{H}_x e^{j\omega t}) = H_x \cos(\omega t + \varphi_x), \tag{2}$$

ли

$$2H_x(t) = \dot{H}_x e^{j\omega t} + \dot{H}_x^* e^{-j\omega t}. \tag{3}$$

нак звездочки означает комплексно сопряженную величину.

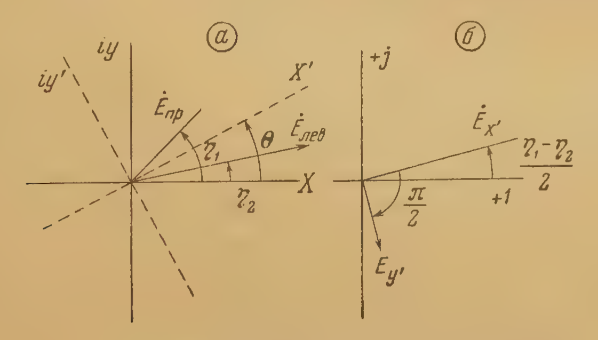


Рис. 5. К определению направлений главных осей эллипса поляризации (x', y') по заданным комплексным составляющим правой и левой круговой поляризации ($\dot{E}_{\text{пр}}$ и $\dot{E}_{\text{лев}}$) (*а* — пространственная и *б* — временная комплексные плоскости); аргументы (углы поворота) соответствующих комплексов показывают значения фазы в момент начала счета времени ($t = 0$). На пространственной плоскости (*а*) показаны пространственные составляющие вектора **E** в момент $t = 0$

При рассмотрении плоской волны, имеющей составляющие H и E, лежащие в плоскости X, Y (рис. 5), удобно эту плоскость рассматривать как комплексную и пользоваться комплексным представлением пространственных векторов. При этом мгновенное значение вектора можно пред-

ставить через его составляющие равенством типа:

$$\mathrm{H}(t) = H_x(t) + iH_y(t), \qquad (4$$

не противоречащим возможности в свою очередь представлять мгновенны значения через комплексные величины в соответствии с выражениями (2) и (3). Так, если $\dot{H}_x = H_x e^{j\varphi_x}$ и $\dot{H}_y = H_y e^{j\varphi_y}$, мы имеем

$$\mathrm{H}(t) = \frac{1}{2} H_x \left[e^{i(\omega t+\varphi_x)} + e^{-i(\omega t+\varphi_x)}\right] + \\ + i\frac{1}{2} H_y \left[e^{i(\omega t+\varphi_y)} + e^{-i(\omega t+\varphi_y)}\right] \qquad (5$$

или, после простой группировки слагаемых,

$$\mathrm{H}(t) = \dot{H}_{\text{пр}} e^{i\omega t} + \dot{H}_{\text{лев}} e^{-i\omega t}, \qquad (6$$

где

$$2\dot{H}_{\text{пр}} = \dot{H}_x + i\dot{H}_y \quad \text{и} \quad 2\dot{H}_{\text{лев}} = \overset{*}{\dot{H}}_x + i\overset{*}{\dot{H}}_y \qquad (7$$

— комплексные амплитуды правой и левой составляющих волн с круго вой поляризацией; они совпадают с соответствующими слагающим пространственных векторов в момент $t = 0$.

Из равенств (7) очевидно, что переход к обычным комплексны выражениям временной зависимости для x-овой и y-овой составляющи осуществляется по формулам:

$$\dot{H}_x = \dot{H}_{\text{пр}} + \overset{*}{\dot{H}}_{\text{лев}} \quad \text{и} \quad i\dot{H}_y = \dot{H}_{\text{пр}} - \overset{*}{\dot{H}}_{\text{лев}}. \qquad (8$$

Важно подчеркнуть, что в выражениях для $\dot{H}_x$ и $\dot{H}_y$ аргумент равe только фазе в момент $t = 0$, а не выражает угла пространственног поворота вектора в плоскости X, Y.

Такое же представление синусоидально изменяющихся величи применимо и к векторам магнитной индукции, напряженности электри ческого поля, электрического смещения.

Так, из (1) и (7) находим:

$$\dot{B}_{\text{пр}} = (\mu + \mu_{\text{г}})\mu_0 \dot{H}_{\text{пр}} \quad \text{и} \quad \dot{B}_{\text{лев}} = (\mu^* - \overset{*}{\mu}_{\text{г}})\,\mu_0 \dot{H}_{\text{лев}}. \qquad (9$$

Применяя систему уравнений Максвелла к векторам электрического магнитного поля в гиротропной среде (в отношении электрически свойств полагаем среду изотропной и характеризуемой комплексно проницаемостью ε) и разлагая векторы на составляющие с левой и право круговой поляризацией, получаем обычные уравнения:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\dot{H}_{\text{пр}}}{dz^2} &= \gamma_1^2 \dot{H}_{\text{пр}}, \\ \frac{d^2\dot{H}_{\text{лев}}}{dz^2} &= \hat{\gamma}_2^2 \dot{H}_{\text{лев}}, \end{aligned}\right\} \qquad (10$$

где

$$\gamma_{1,2} = i\frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon\,(\mu \pm \mu_{\text{г}})} = i\alpha_{1,2} + \beta_{1,2}. \qquad (11$$

Знак $\hat{}$ в (10) обозначает сопряженное значение соответствующего ком плекса, т. е.

$$\hat{\gamma}_2 = -i\frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\hat{\varepsilon}\,(\hat{\mu} - \hat{\mu}_{\text{г}})}. \qquad (12$$

Решение уравнений (10) очевидно:

$$\left.\begin{aligned} \dot{H}_{\text{пр}} &= \dot{A}_1 e^{\gamma_1 z} + \dot{B}_1 e^{-\gamma_1 z}, \\ \dot{H}_{\text{лев}} &= \dot{A}_2 e^{\hat{\gamma}_2 z} + \dot{B}_2 e^{-\hat{\gamma}_2 z}. \end{aligned}\right\} \qquad (13$$

Первое и второе слагаемые в последних выражениях легко истолковываются как векторы магнитного поля волн, распространяющихся в сторону убывания или возрастания z и соответственно право- и лево-поляризованных по кругу.

Из первого уравнения Максвелла легко находятся выражения для векторов электрической напряженности:

$$\left.\begin{aligned} \dot{E}_{пр} &= i\zeta_1 (A_1 e^{\gamma_1 z} - B_1 e^{-\gamma_1 z}), \\ \dot{E}_{лев} &= i\hat{\zeta}_2 (A_2 e^{\hat{\gamma}_2 z} - B_2 e^{-\hat{\gamma}_2 z}); \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

здесь

$$\zeta_{1,2} = 120\pi \sqrt{\frac{\mu \pm \mu_г}{\varepsilon}} \text{ (в омах).} \quad (15)$$

Выражения (12) и (15) показывают, что как постоянная распространения, так и волновое сопротивление* в гиротропной среде различны для электромагнитных волн с правой и левой круговой поляризацией.

При рассмотрении процесса распространения электромагнитных волн в гиротропной среде может оказаться полезным выражение среднего (во времени) значения вектора Умова—Пойнтинга, выраженного через право- и лево-поляризованные составляющие, введенные уравнениями (5)—(7):

$$Y_z = \mathrm{Im}\,(\dot{E}^*_{пр}\dot{H}_{пр} + \dot{E}^*_{лев}\dot{H}_{лев}). \quad (16)$$

В частности, применение последнего выражения к решениям (13)—(14) подтверждает толкование соответствующих слагаемых как принадлежащих к прямой или встречной волнам.

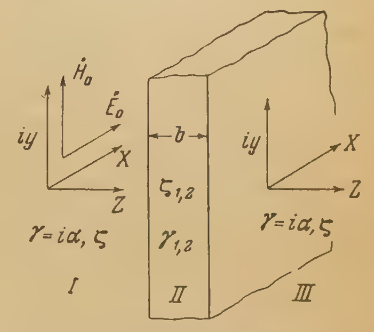


Рис. 6. К расчету вращения плоскости поляризации бесконечно протяженной гиротропной пластиной толщиной b

Возвращаясь к поставленной задаче о вращении плоскости поляризации бесконечно протяженной пластиной, имеющей толщину b (рис. 6), разобьем все пространство на три области, полагая, что области I и III заполнены воздухом, а область II (пластина) заполнена гиротропной средой. Написав в общем виде (с неопределенными постоянными) выражения для всех составляющих электрической и магнитной напряженностей поля, поставим требования непрерывности на двух поверхностях раздела соответствующих составляющих. Такой способ решения общепринят для решения задачи о преломлении и отражении плоских волн в обычной изотропной среде. Особенность решения в рассматриваемом случае сводится к различию значений волнового сопротивления и постоянной распространения для волн с левой и правой поляризацией в гиротропной области (область II).

В таблице (стр. 356) приведены выражения для всех составляющих, содержащих всего 12 постоянных. Очевидно, что условия на двух границах позволяют составить восемь уравнений. Следовательно, для решения поставленной задачи (если известны все параметры среды и толщина пластины) необходимо должны быть заданы четыре постоянных. Их значения определяются конкретными условиями рассматриваемой системы. Наиболее близкими описанной выше экспериментальной установке являются следующие условия.

* На последнее обстоятельство часто не обращается необходимого внимания.

Составляющие электромагнитных волн в трех областях

Область	Векторы поля	Правая, +	Правая, —	Левая, +	Левая, —
III	$\dot{H}$	$A_1 e^{-i\alpha z_3}$	$B_1 e^{i\alpha z_3}$	$A_2 e^{i\alpha z_3}$	$B_2 e^{-i\alpha z_3}$
	$\dot{E}$	$-i\zeta_0 A_1 e^{-i\alpha z_3}$	$i\zeta_0 B_1 e^{i\alpha z_3}$	$-i\zeta_0 A_2 e^{i\alpha z_3}$	$i\zeta_0 B_2 e^{-i\alpha z_3}$
II	$\dot{H}$	$F_1 e^{-\gamma_1 z}$	$G_1 e^{\gamma_1 z}$	$F_2 e^{-\hat{\gamma}_2 z}$	$G_2 e^{\hat{\gamma}_2 z}$
	$\dot{E}$	$-i\zeta_1 F_1 e^{-\gamma_1 z}$	$i\zeta_1 G_1 e^{\gamma_1 z}$	$-i\hat{\zeta}_2 F_2 e^{-\hat{\gamma}_2 z}$	$i\hat{\zeta}_2 G_2 e^{\hat{\gamma}_2 z}$
I	$\dot{H}$	$P_1 e^{-i\alpha z_1}$	$R_1 e^{i\alpha z_1}$	$P_2 e^{i\alpha z_1}$	$R_2 e^{-i\alpha z_1}$
	$\dot{E}$	$-i\zeta_0 P_1 e^{-i\alpha z_1}$	$i\zeta_0 R_1 e^{i\alpha z_1}$	$-i\zeta_0 P_2 e^{i\alpha z_1}$	$i\zeta_0 R_2 e^{-i\alpha z_1}$

В области I существует известная прямая (падающая) плоскополяризованная волна; ее амплитуду на поверхности пластины ($z = 0$)

$$\dot{E}_{x,+} = \dot{E}_{\text{пр},+} + \dot{E}^{*}_{\text{лев},+} = -i\zeta_0 (\dot{P}_1 - \dot{P}^{*}_2) = \dot{E}_0 \qquad (17)$$

легко связать с напряженностью поля, создаваемой генератором. Для этого, однако, нужно знать условия возбуждения волновода, а также значение x-вой составляющей встречной (отраженной) волны, характеризуемой постоянными $\dot{R}_1$ и $\dot{R}_2$. Эти последние легко выражаются через постоянные $\dot{P}$.

В этой же области I по условию возбуждения отсутствует прямая волна с y-вой составляющей, т. е.

$$\dot{E}_{y,+} = -\zeta_0 (\dot{P}_1 + \dot{P}^{*}_2) = 0. \qquad (18)$$

Произвольность выбора начала отсчета позволяет принять по (17) и (18)

$$\dot{P}_1 = -\dot{P}_2 = P = \frac{i}{2\zeta_0} \dot{E}_0 = \frac{1}{2} \dot{H}_0. \qquad (19)$$

Заметим, что условие (18) не означает отсутствия встречной волны с y-вой составляющей, однако она поглощается без отражения специальным поглотителем, расположенным в переходе между волноводами.

Применяя известные граничные условия отдельно для правой, а затем для левой составляющих, получаем требуемую систему уравнений. Так, для составляющих с правой поляризацией имеем по условиям непрерывности $\dot{E}$ и $\dot{H}$ на границе областей I и II:

$$\left.\begin{aligned} P - \dot{R}_1 &= \zeta_1' (\dot{F}_1 - \dot{G}_1), \\ P + \dot{R}_1 &= \dot{F}_1 + \dot{G}_1, \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

где

$$\zeta_1' = \frac{\zeta_1}{\zeta_0}. \qquad (21)$$

Для полного решения поставленной задачи необходимо знать условия в конце области III, которые позволили бы установить связь как между A_1 и B_1, так и между A_2 и B_2. Такими условиями могли бы быть условия короткого замыкания ($\dot{E}_{\text{лев}} = \dot{E}_{\text{пр}} = 0$) на определенном расстоя-

ии от поверхности пластины, условие отсутствия отраженной y-вой оставляющей электрической напряженности при коротком замыкании на пределенном расстоянии для x-вой составляющей, а также другие словия, соответствующие данным конкретной экспериментальной устаовки. В излагаемом примере расчета будем предполагать отсутствие траженных (встречных) волн

$$\dot{B}_1 = \dot{B}_2 = 0. \tag{22}$$

При этом на границе областей II и III, где $z = b$ и z_3 удобно принять авным нулю, имеем следующие условия для составляющих с правой оляризацией

$$\left.\begin{aligned} \dot{A}_1 &= \zeta_1' \left(\dot{F}_1 e^{-\gamma_1 b} - \dot{G}_1 e^{\gamma_1 b}\right), \\ \dot{A}_1 &= \left(\dot{F}_1 e^{-\gamma_1 b} + \dot{G}_1 e^{\gamma_1 b}\right). \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Из двух последних уравнений легко найти, что

$$\dot{F}_1 = \dot{A}_1 \frac{1 + \zeta_1'}{2\zeta_1'} e^{\gamma_1 b} \quad \text{и} \quad \dot{G}_1 = - \dot{A}_1 \frac{1 - \zeta_1'}{2\zeta_1'} e^{-\gamma_1 b}, \tag{24}$$

а из (20), что

$$2P = (1 + \zeta_1') \dot{F}_1 + (1 - \zeta_1') \dot{G}_1. \tag{25}$$

После подстановки в последнее равенство значений F_1 и G_1 из (24) и простых преобразований получаем:

$$\dot{E}_{\text{пр}} = - i\zeta_0 \dot{A}_1 = \frac{- i2\zeta_1\zeta_0^2 P}{(\zeta_0^2 + \zeta_1^2) \operatorname{sh} \gamma_1 b + 2\zeta_1\zeta_0 \operatorname{ch} \gamma_1 b}. \tag{26}$$

Аналогично для левой поляризации:

$$\dot{E}_{\text{лев}} = - i\zeta_0 \dot{A}_2 = \frac{- i2\hat{\zeta}_2\zeta_0^2 P}{(\zeta_0^2 + \hat{\zeta}_2^2) \operatorname{sh} \hat{\gamma}_2 b + 2\hat{\zeta}_2\zeta_0 \operatorname{ch} \hat{\gamma}_2 b}. \tag{27}$$

Пусть теперь

$$\dot{E}_{\text{пр}} = E_1 e^{i\eta_1} \quad \text{и} \quad \dot{E}_{\text{лев}} = E_2 e^{i\eta_2}. \tag{28}$$

В этом случае большая ось эллипса поляризации вектора $\mathbf{E}(t)$ повернута на угол

$$\theta = \frac{1}{2} (\eta_1 + \eta_2) \tag{29}$$

относительно оси X, лежащей в плоскости поляризации падающей волны.

Отношение большой оси эллипса поляризации к малой

$$K = \left| \frac{E_1 + E_2}{E_1 - E_2} \right|; \tag{30}$$

эллиптичность волны (в децибелах)

$$d = 10 \lg K. \tag{31}$$

Приведенные выше утверждения легко доказываются. Действительно, выбрав новую систему координат, в которой оси x' и y' повернуты относительно x и y на угол θ (рис. 5), найдем, что в новой системе

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_{\text{пр}} &= E_1 e^{i(\eta_1-\theta)} = E_1 e^{i\left(\frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right)}\\ \dot{E}_{\text{лев}} &= E_2 e^{i(\eta_2-\theta)} = E_2 e^{-i\left(\frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right)}.\end{aligned}\right\} \quad (32)$$

Следовательно, в этой новой системе по (8)

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_{x'} &= (E_1 + E_2) e^{i\frac{\eta_1-\eta_2}{2}},\\ \dot{E}_{y'} &= (E_1 - E_2)\, e^{i\left(\frac{\eta_1-\eta_2}{2}-\frac{\pi}{2}\right)}.\end{aligned}\right\} \quad (33)$$

Еще раз заметим, что аргументы в (33) выражают только фазу в момент начала отсчета времени соответствующих косинусоидальных функций

$$\left.\begin{aligned}E_{x'}(t) &= (E_1 + E_2)\cos\left(\omega t + \frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right),\\ E_{y'}(t) &= (E_1 - E_2)\sin\left(\omega t + \frac{\eta_1-\eta_2}{2}\right).\end{aligned}\right\} \quad (34)$$

Полученные для $E_{\text{пр}}$ и $E_{\text{лев}}$ выражения показывают зависимость вращения плоскости поляризации от параметров среды $\zeta_{1,2}$ и $\gamma_{1,2}$, а также от толщины пластины. Эта зависимость является в достаточной мере сложной и не может быть представлена числом, выражающим угол вращения плоскости поляризации при прохождении волной одного сантиметра гиротропной пластины.

Такое число, конечно, можно ввести, но оно будет определяться не только свойствами пластины, но и ее толщиной. Изложенный путь решения задачи показывает, что в общем случае вращение поляризации зависит также от условий на входе (область I) и на выходе (область III).

В некоторых случаях изменение указанных условий сказывается очень мало, либо за счет малости величины новых отраженных волн, либо за счет практически одинаковых дополнительных поворотов вектора $\dot{E}_{\text{пр}}$ и вектора $\dot{E}_{\text{лев}}$ под действием новых отражений. Так, в описанных выше результатах наблюдений отсутствовало влияние положения короткозамыкающего поршня.

Из приведенного решения очевидно, что волна, прошедшая пластину, оказывается не плоскополяризованной, а поляризованной по эллипсу: в чистом виде вращение плоскости поляризации получилось бы только в случае равенства модулей $\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$.

В случае слабо выраженного гиротропного эффекта, который и наблюдается в парамагнетиках в виде магнетооптического эффекта Фарадея, указанные условия практически выполняются. Действительно, для парамагнитных сред с малым значением μ_r можно считать

$$\left.\begin{aligned}&\zeta_1 \approx \zeta_2 \approx \zeta_0,\\ &\gamma_1 \approx i\alpha_1 = i(\alpha_0 - \theta),\\ &\gamma_2 \approx -i\alpha_2 = -i(\alpha_0 + \theta).\end{aligned}\right\} \quad (35)$$

В этом случае из (26) и (27) получаем:

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_{\text{пр}} &= \frac{1}{2}\,\zeta_0 P e^{-i\left[(\alpha_0-\theta)b+\frac{\pi}{2}\right]},\\ \dot{E}_{\text{лев}} &= \frac{1}{2}\,\zeta_0 P e^{i\left[(\alpha_0+\theta)b+\frac{\pi}{2}\right]}.\end{aligned}\right\} \quad (36)$$

Очевидно, что указанным значениям $\dot{E}_{\text{пр}}$ и $\dot{E}_{\text{лев}}$ соответствует плоско-
оляризованная волна с плоскостью поляризации, повернутой на угол θb
тносительно плоскости поляризации падавшей волны ($P_1 = -P_2 = P$).
ействительно, умножая $\dot{E}_{\text{пр}}$ на $e^{i\omega t}$ и $\dot{E}_{\text{лев}}$ на $e^{-i\omega t}$, находим векторное
ыражение (на комплексной плоскости $x + iy$) мгновенного значе-
ия напряженности электрического поля на границе пластины и
бласти *III*:

$$\mathbf{E}(t) = \zeta_0 P \frac{e^{i\left(\omega t - \alpha_0 b - \frac{\pi}{2}\right)} + e^{-i\left(\omega t - \alpha_0 b - \frac{\pi}{2}\right)}}{2} e^{i\theta b} =$$

$$= E_0 \cos\left(\omega t - \alpha_0 b - \frac{\pi}{2}\right) e^{i\theta b}. \quad (37)$$

тот вектор все время направлен под углом θb к оси X, и, следовательно,
оворот плоскости поляризации, действительно, прямо пропорционален
олщине пластины. Разумеется, введенная здесь величина θ является
лгебраической величиной и угол на самом деле может быть отрицатель-
ым, в частности, при положительном направлении $B_0 = B_z = \text{const}$
т положительно и угол

$$\alpha_1 = \alpha_0 - \theta > \alpha_2 = \alpha_0 + \theta, \quad (38)$$

ак это следует из (11).

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Получена редакцией
16. V. 1954 г.

Цитированная литература

. Hogan C. L., Bell System Techn. Journ., 31, 1 (1952).
. Hogan C. L., Rev. Mod. Phys., 25, 253 (1953).
. Roberts F. F., Journ. de phys. et rad., 12, 305 (1951).
. Sakiotis N. a. Chait H., Proc. J. R. E., 41, 87 (1953).

Н. Н. НЕПРИМЕРОВ

ОБ ИЗМЕРЕНИИ РЕЗОНАНСНОГО ПАРАМАГНИТНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ МЕТОДОМ СТОЯЧИХ ВОЛН В САНТИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ

1. Теоретические основы метода

В широко развернувшихся за последние годы экспериментальных исследованиях по резонансному парамагнитному поглощению наиболее распространены методы изучения поглощения либо по изменению мощности радиоволны, прошедшей через резонансную полость с исследуемым веществом, либо по изменению мощности радиоволны, отраженной от нее. Кроме этих двух методов, существует еще третий, основанный на измерении параметров стоячих волн в волноводе. Для исследования ферромагнитного резонанса он был предложен Бирксом [1], затем усовершенствован В. Н. Лазукиным [2] и И. А. Шехтманом [3]. Основное преимущество этого метода — возможность нахождения строгой теоретической зависимости между изучаемыми характеристиками вещества и измеренными параметрами радиочастотной схемы. Действительно, если рассмотреть распространяющуюся в волноводе плоскую, монохроматическую волну вместе с волной, отраженной от короткого замыкания, перед которым расположен слой исследуемого вещества толщиной d, то можно получить общее выражение для зависимости комплексной диэлектрической и магнитной проницаемости от сдвига минимума Δ и коэффициента r стоячей волны напряжения. Не останавливаясь на общем выражении для этой зависимости (см., например, [2, 4]), приведем выведенные нами формулы для частного случая, а именно, для мнимой и действительной частей комплексной магнитной восприимчивости $\chi = \chi' - j\chi''$, когда можно пренебречь квадратичными членами относительно χ и считать, что диэлектрическая проницаемость ε не зависит от приложенного внешнего магнитного поля:

$$\chi'' \approx \frac{\lambda^2}{\pi\varepsilon\lambda_{\text{в}} d r} = \frac{C}{r} \tag{1}$$

и

$$\frac{\operatorname{tg} 2\pi \left\{ \frac{d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon(1+4\pi\chi') - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{к}}}\right)^2} \right\}}{\frac{d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon(1+4\pi\chi') - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{к}}}\right)^2}} = \frac{\lambda_{\text{в}}}{d} \operatorname{tg} 2\pi \left(\frac{\Delta + d}{\lambda_{\text{в}}}\right), \tag{2}$$

где λ — длина волны в свободном пространстве, $\lambda_{\text{в}}$ — длина волны в волноводе и $\lambda_{\text{к}}$ — критическая длина волны. Учитывая малость величины χ', выражение (2) можно значительно упростить и привести к виду:

$$\chi' = D + E\Delta, \tag{3}$$

где D и E, как и C, — постоянные, зависящие от ε, d, λ, $\lambda_{\text{в}}$ и $\lambda_{\text{к}}$.

Формулы (1) и (2) сходны с полученными в работе [2]; из них следует, то коэффициент парамагнитного поглощения χ'' пропорционален в основном изменению r, а дисперсия восприимчивости линейно связана со двигом минимума.

В обычных резонансных методах исследования коэффициент парамагитного поглощения χ'' получается как функция от приложенного магнитого поля в относительных единицах. Абсолютные измерения резонансого парамагнитного поглощения до настоящего времени были проведены олько в работах [5, 6] для восьми солей. Кроме того, А. И. Ривкинд 7] на частоте 10^7 Hz произвел абсолютные измерения коэффициента $''$ в отсутствие внешнего магнитного поля. Метод стоячих волн также озволяет разработать методику абсолютного определения коэффициента $''$. Для этого, учитывая неподвижность нагрузки, изменяющейся только од воздействием внешнего магнитного поля, можно записать отношение ощностей падающей и отраженной волн как отношение квадратов их мплитуд и после несложного преобразования привести это отношение виду, удобному для экспериментального определения:

$$\frac{W_{\text{отр}}}{W_{\text{пад}}} = \left\{\frac{r-1}{r+1}\right\}^2 = \gamma\,. \tag{4}$$

Іо коэффициенту ослабления γ легко находится та часть высокочастотой энергии σ, которая поглотилась веществом. Примем мощность, отаваемую генератором, за единицу:

$$1 - \gamma = \sigma, \tag{5}$$

огда для получения чисто магнитных потерь остается взять разность

$$\sigma_{\text{сумм}} - \sigma_{\text{диэл}} = \varkappa, \tag{6}$$

де $\sigma_{\text{сумм}}$ — суммарные, а $\sigma_{\text{диэл}}$ — диэлектрические потери, определяемые ри максимальном значении магнитного поля, когда можно предположить, то магнитно-дипольные переходы полностью отсутствуют. Очевидно, что ри этом фиктивные потери, вызванные отражением от нагрузки при неостаточном ее согласовании, будут искажать величины $\sigma_{\text{сумм}}$ и $\sigma_{\text{диэл}}$, но оскольку они входят в выражения для той и другой величины одинаковым образом, то на их разности это скажется слабо.

Вычисленное по формуле (6) значение $\varkappa$ характеризует усредненную еличину поглощенной энергии высокочастотного магнитного поля за один период, а произведение $\varkappa$ на частоту ν определит коэффициент поглощения $A_{(\text{сек})}$, для которого теория дает выражение [8]:

$$A_{(\text{сек})} = 16\pi^2\chi''\nu = \varkappa\nu. \tag{7}$$

Из равенства (7) находится искомая величина χ'', равная при пересчете а 1 ион в 1 см^3:

$$\chi'' = \frac{1}{2}\cdot\frac{\varkappa M v}{16\pi^2 N P n}\,, \tag{8}$$

де M — молекулярный вес вещества, v — объем, P — вес исследуемой оли, N — число ионов в граммолекуле, n — то же в молекуле; коэфициент 1/2 введен ввиду того, что радиоволна дважды проходит через исследуемое вещество.

2. Описание установки и метод измерения

Экспериментальная установка, на которой производились измерения, остоит из клистронного генератора, аттенюатора, измерительной линии подвижным зондом и детектором, согласующего устройства и коротко замкнутого отрезка волновода, в котором в виде плоскопараллельного слоя омещалась исследуемая парамагнитная соль. Анод клистронного генера-

тора питается от сдвоенного электронного стабилизатора, а накал и отражатель—от аккумуляторов; питание электромагнита также производилось от батареи. Магнитное поле измерялось флюксметром с точностью 2%.

С целью устранения погрешностей, вызываемых отражением от зонда и отклонением характеристики кристаллического детектора от квадратичного закона, измерения r и Δ производились на уровне удвоенного значения минимума стоячей волны. В этом случае теория измерений на сантиметровых волнах (см. [4]) дает для коэффициента стоячей волны напряжения:

$$r^2 = 1 + \cos^2\left\{\frac{\pi(x-y)}{\lambda_в}\right\} \approx \frac{1}{\left\{\frac{\pi(x-y)}{\lambda_в}\right\}^2}, \tag{9}$$

где x и y — замеренные положения зонда на уровне удвоенного минимума. Приближенное равенство (9) справедливо с ошибкой, меньшей 1%, если $r \geqslant 1{,}33$, поэтому его можно считать точным равенством.

Использование редуктора и специального отсчетного устройства позволило повысить точность измерений x и y до 0,0005 *см*.

Для лучшего согласования нагрузки, кроме подстройки шлейфом, во всех случаях измерений использовались полуволновые толщины образцов [9]. Значения диэлектрической проницаемости, необходимой для определения длины волны в веществе, находились экспериментально на той же установке.

Теоретической основой для определения ε служит графическое решение уравнения (2), в котором благодаря малости χ' скобку под корнем можно считать равной единице. Однако полученные таким образом значения ε являются диэлектрической проницаемостью не самих исследуемых парамагнитных солей, а их смеси с воздухом, и сильно зависят от коэффициента упаковки. Для нахождения истинной величины ε была использована предложенная в работе [10] формула для диэлектрических смесей:

$$\lg|\varepsilon_c| = v\lg|\varepsilon| - (1-v)\lg|\varepsilon_0|, \tag{10}$$

где величина с индексом $_c$ относится к смеси, а с индексом $_0$— к растворителю. В нашем частном случае ε_0 относится к воздуху, и вторым членом можно пренебречь. Применимость уравнения (10) проверялась путем сравнения с измерениями, проведенными над монокристаллами. Так, например, для монокристалла $CuSO_4.5H_2O$ среднее значение из измерений на трех различных толщинах d дали значение $\varepsilon_{монокр} = 6{,}50 \pm 0{,}15$. Для порошкообразных образцов среднее значение для трех толщин $\varepsilon_{порошк} = 4{,}30 \pm 0{,}50$, в то время как пересчет по формуле (10) дает $\varepsilon = 6{,}60 \pm 0{,}15$.

Сводка значений ε для исследованных солей дана в последнем столбце табл. 1.

3. Результаты измерений

Результаты наших измерений на 13 солях Cr^{+++}, Mn^{++}, Fe^{++}, Fe^{+++}, Cu^{++} сведены в табл. 1.

Во втором столбце этой таблицы приведены измеренные значения коэффициента χ''_{max} в максимуме поглощения. Для сравнения в третьем столбце даны значения этого коэффициента, вычисленные по формуле С. А. Альтшулера, Е. К. Завойского, Б. М. Козырева [11]:

$$\chi'' = \chi_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{\nu}{\nu_i}\left\{e^{-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_i}\right)^2} + e^{-\left(\frac{\nu+\nu_0}{\nu_i}\right)^2}\right\}. \tag{11}$$

Результаты измерений резонансного парамагнитного вращения солей Cr, Mn, Fe и Cu

Вещество	$\chi''_{эксп}$, 10^{-25} см³ ион⁻¹	$\chi''_{теор}$, 10^{-25} см³ ион⁻¹	$\chi_{0_{эксп}}$, 10^{-25} см³ ион⁻¹	χ_0, 10^{-25} см³ ион⁻¹	δ''	δ'	ε
$CrCl_3$	1,40+0,15	2,0	0,12 + 0,01	0,117	160+15	240+15	13,5+0,3
CrF_3	0,32+0,05	0,31	0,07 + 0,01	0,074	660+30	770+30	13,7+0,3
$MnSO_4$	1,10+0,15	1,0	0,22 + 0,03	0,24	660+30	860+30	8,4+0,2
$MnSO_4.H_2O$	2,20+0,2	2,1	0,25 + 0,03	0,24	310+20	400+20	9,90+0,2
$MnSO_4 \{NH_4\}_2 SO_4.6H_2O$	1,10+0,15	0,60	0,28 + 0,03	0,24	1200+50	1400+50	7,7+0,2
$MnCl_2.4H_2O$	0,40+0,04	0,39	0,20 + 0,03	0,24	1820+50	1860+50	9,6+0,25
$MnCO_3$	1,10+0,1	1,0	0,25 + 0,03	0,24	640+25	800+25	12,8+0,3
$Fe_2 \{SO_4\}_3 \{NH_4\}_2 SO_4.24H_2O$	0,90+0,08	0,80	0,20 + 0,02	0,24	740+25	880+50	4,3+0,3
$Ca_3Fe_2 \{SO_4\}_3$	1,50+0,3	1,70	0,10 + 0,02	0,14	220+20	260+20	—
$CuSO_4.5H_2O$	0,30+0,03	0,26	0,024 + 0,003	0,026	300+20	360+20	6,6+0,15
$Cu (NO_3)_2.6H_2O$	0,40+0,05	0,38	0,028 + 0,005	0,028	200+15	360+15	5,0+0,2
$Cu \{NH_3\}_4 SO_4.H_2O$	0,70+0,09	0,65	0,028 + 0,005	0,024	100+20	200+20	7,0+0,2

Как видно, в большинстве случаев согласие достаточно хорошее. Расхождения между вычисленными и экспериментальными значениями лежат в пределах точности измерений. Наибольшие отклонения имеют место у $CrCl_3$ и $MnSO_4(NH_4)_2SO_4 \cdot 6H_2O$; они обусловлены, видимо, значительными отклонениями формы кривой от гауссовой (см. ниже рис. 3 и 4).

Некоторые авторы, как это указано в работе С. А. Альтшулера [12], пользовались для коэффициента поглощения χ'' упрощенной формулой, отличающейся от (11) отсутствием второго экспоненциального члена, но имеющей удвоенный коэффициент перед первым. В случае высоких частот, когда можно считать, что $\nu \gg \nu_i$ (для $\nu \approx 10^{10}$ Hz это справедливо), второй член формулы (12) пренебрежимо мал, и поэтому значения χ''_{max}*, получаемые по формуле (12), будут вдвое меньше, чем вычисленные по упрощенной формуле. Сравнение данных, приведенных во втором и третьем столбцах, определенно говорит о правильности значений, полученных по формуле Альтшулера, Завойского и Козырева [11].

Проверка полученных нами экспериментальных данных была проведена при помощи интегрального соотношения между парамагнитным поглощением и статической восприимчивостью, установленного С. А. Альтшулером [12]:

$$\chi_0 - \chi'(0) = \frac{\pi}{2}\int_0^\infty \frac{F(H_1)}{H_1}\,dH_1 = \chi_{0_{\text{эксп}}}, \qquad (12)$$

где

$$F(H_1) = \chi''(H_1) - \chi''(0)\,\frac{e^{-\left(\frac{\nu+\nu_0}{\nu_i}\right)^2}}{e^{-\left(\frac{\nu}{\nu_i}\right)^2}}. \qquad (13)$$

В формулу (12) входит $\chi'(0)$, т. е. значение магнитной восприимчивости в отсутствие внешнего магнитного поля. Это значение может быть вычислено по формуле Шапошникова [13], экспериментально проверенной Ривкиндом [7]:

$$\chi'(0) = \frac{\chi_0 \rho_s \nu}{1 + \rho_s^2 \nu^2}. \qquad (14)$$

В этой формуле ρ_s — время спин-спиновой релаксации, равное по порядку величины $1/\nu_i$. Легко видеть, что для используемых нами высоких частот $\chi'(0)$ будет составлять величину, меньшую 1% от χ_0, и, следовательно, может быть отброшена. Значения $\chi_{0_{\text{эксп}}}$, вычисленные по формуле (12), приведены в четвертом столбце табл. 1. Рядом с ними помещены величины χ_0, известные из измерений статической восприимчивости. Расхождение между значениями этих двух величин в большинстве случаев не превышает 5—15%. Если иметь в виду, что экспериментальные данные по статической восприимчивости известны с небольшой точностью, то согласие можно считать удовлетворительным.

Кумерроу, Холлидей и Мур [5], а также Лакруа и Экстерман [14]* для проверки правильности своих измерений пользовались полуэмпирической формулой:

$$\chi_0 = \frac{2S}{\pi H_{\text{рез}}}. \qquad (15)$$

Из своих измерений Лакруа и Экстерман [14] получили площадь S под линией резонансного поглощения, на 20 % меньшую, чем в работе [5]. Они объясняли это тем, что на форму кривой поглощения должно влиять вращение плоскости поляризации радиоволны.

---

* Лакруа и Экстерман свои относительные измерения χ'' прокалибровали по абсолютному значению в максимуме, данному Кумерроу, Холлидеем и Муром [5].

Нами были проведены измерения эффекта Фарадея на сантиметровых олнах [15], из которых следует, что при том расположении высоко-астотного и статического магнитных полей, которое было в установке, писанной в работе [5], вращение плоскости поляризации ничтожно мало. Искажение же формы кривой следует отнести за счет влияния дисперсии осприимчивости и выветривания соли (см. ниже). Мы произвели пересчет ривых этих авторов по формуле (12). Результаты видны из табл. 2, где о второй и третьей графах приведены значения $\chi_{0_{\text{эксп}}}$, найденные по формуле (14), а в четвертой и пятой — значения, пересчитанные нами по формуле (12). Как видно, пересчитанные значения, гораздо лучше совпадают с данными из статический восприимчивости.

Таблица 2

Результаты пересчета измерений резонансного парамагнитного вращения, полученных другими авторами

Вещество	$\chi_{0_{\text{эксп}}}$, 10^{-25} см³ ион⁻¹ по [5]	$\chi_{0_{\text{эксп}}}$, 10^{-25} см³ ион⁻¹ по [14]	Пересчет значений из [5] по формуле (12)	Пересчет значений из [14] по формуле (12)	χ_0, 10^{-25} см³ ион⁻¹
$MnCl_2.4H_2O$	0,32	—	0,21	—	0,25
$MnSO_4.4H_2O$	0,30	0,25	0,26	0,23	0,25
$CuSO_4.5H_2O$	0,024	—	0,024	—	0,024

Приведенные в табл. 1 значения δ'' представляют собой полуширины линий резонансного парамагнитного поглощения. В отдельных случаях эти данные значительно расходятся с результатами других авторов.

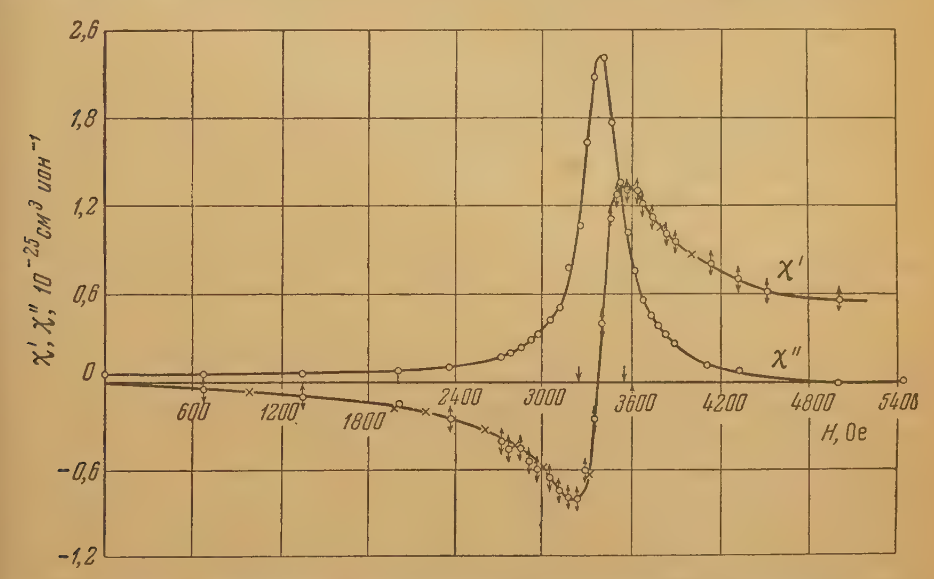


Рис. 1. Кривая резонансного парамагнитного поглощения (χ'') и дисперсионная кривая (χ') для $MnSO_4.H_2O$

Тинг и Вильямс [16] для соли $CrCl_3$ получили значение $\delta''=610$ Ое. Беггули и др. [17] для этой же соли приводят величину $\delta''=50$ Ое. Наше значение $\delta''=160$ Ое, совпадающее с данными Б. М. Козырева, С. Г. Селихова и Ю. Я. Шамонина [18], а также с результатами работ [7, 19, 20], можно считать более правильным, так как оно получено из абсо-

лютных измерений и проконтролировано перечисленными выше способами. Аналогичное замечание можно сделать по поводу измерений японской

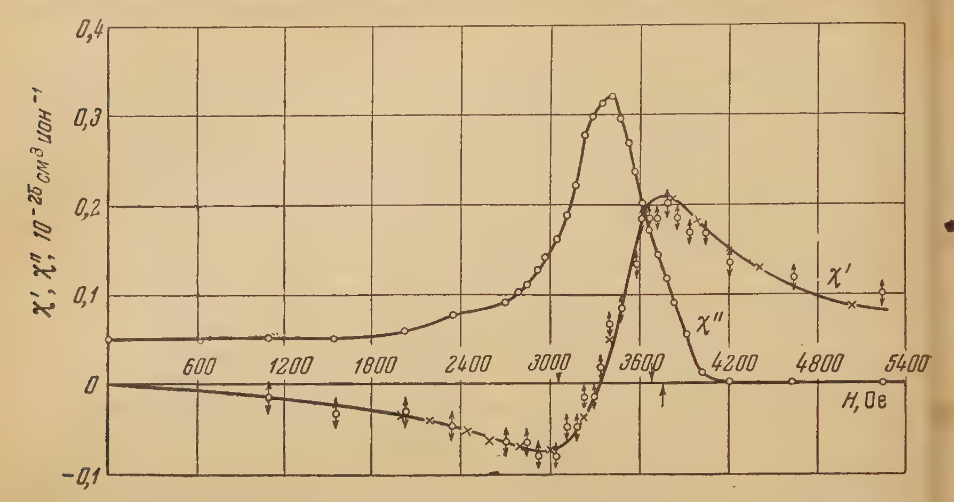


Рис. 2. Кривая резонансного парамагнитного поглощения (χ'') и дисперсионная кривая (χ'') для CrF_3

группы исследователей [6, 21] на $MnSO_4(NH_4)_2SO_4.6H_2O$, получивших $\delta'' \approx 70$ Ое. Это значение противоречит не только нашему результату $\delta'' = 1200$ Ое, но и самому структурному характеру этой линии.

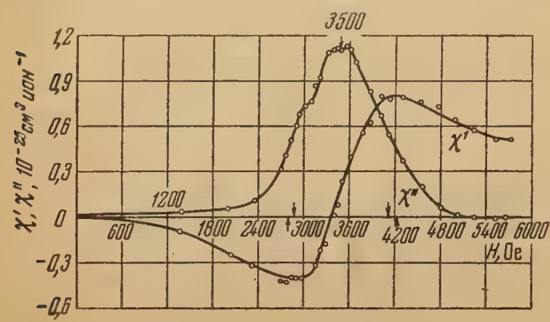


Рис. 3. Кривая резонансного парамагнитного поглощения (χ'') и дисперсионная кривая (χ') для $MnSO_4\{NH_4\}_2SO_4.6H_2O$

Интересный вывод относительно полуширины кривых поглощения можно сделать для сернокислого марганца. Многочисленные измерения парамагнитного резонанса в этой соли, произведенные как на безводном образце [7, 18, 20], так и на четырехводном [5, 14, 22], дали значения δ'', лежащие в пределах 300 ÷ 500 Ое, что довольно близко по величине к $\delta'' = 340$ Ое одноводной соли. Наше значение, $\delta'' = 660$ Ое, для безводного $MnSO_4$*, совпадающее со значением, приведенным в [6], и величина $\delta'' = 1140$ Ое для $MnSO_4.4H_2O$, приведенная в [6] и [21], говорят о том, что одноводная конфигурация у $MnSO_4.xH_2O$ является, видимо, наиболее устойчивой.

Помимо поглощения, для всех перечисленных выше солей были произведены измерения (в относительных единицах) дисперсии восприимчивости в перпендикулярных полях. Пользуясь интегральным соотношением С. А. Альтшулера [12]:

$$\chi_0 - \chi'(H) = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty \frac{F(H + H_1) - F(H - H_1)}{H_1}\, dH_1, \qquad (16)$$

* Образец был приготовлен прокаливанием при 250°С непосредственно перед измерением.

ожно, зная форму линии поглощения, получить кривые дисперсии восприимчивости. Для низких частот ($\nu \sim 10^8$ Hz) они были в свое время получены И. М. Романовым [19], на высоких частотах—одна кривая Козыревым, Салиховым и Шамониным [18].

Нами подобный пересчет произведен для солей $MnSO_4 \cdot H_2O$ и CrF_3.

На рис. 1 и 2 вместе с кривыми резонансного парамагнитного поглощения (χ'') нанесены полученные путем пересчета кривые дисперсии (χ'). Экспериментальные данные, прокалиброванные по точке, соответствующей максимальному значению χ', нанесены точками со стрелками, длина которых соответствует погрешностям измерения. Как видно из чертежа, получается удовлетворительное согласие. Основываясь на этом, мы нанесли на рис. 3 и 4 кривые дисперсии (χ'), прокалиброванные по одной точке, для которой значение χ' было вычислено по формуле (16).

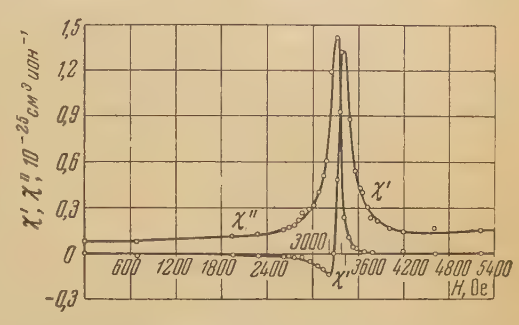


Рис. 4. Кривая резонансного парамагнитного поглощения (χ'') и дисперсионная кривая (χ') для $CrCl_3$

Из полученных нами экспериментальных результатов в пределах ошибок опыта можно сделать следующие выводы:

1) разность δ' значений магнитного поля, соответствующих максимальному и минимальному значению χ', больше полуширины кривой поглощения δ'';

2) разность максимальных и минимальных значений χ' как функции от H равна значению χ''_{max};

3) при значениях $H_{рез}$, соответствующих χ''_{max}, кривая χ' близка к χ_0; отклонение наблюдается в случае асимметрии кривой поглощения;

4) для $H = 2H_{рез}$ величина χ' близка к $2\chi_0$.

Казанский гос. университет
им. В. И. Ульянова-Ленина

Получена редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Birks J. B., Proc. Phys. Soc., **60**, 282 (1948).
2. Лазукин В. Н., Изв. АН СССР, Серия физич., **16**, 510 (1952).
3. Шехтман И. А., Изв. АН СССР, Серия физич., **16**, 498 (1952).
4. Техника измерений на сантиметровых волнах.— Изд. «Сов. Радио», М., 1949.
5. Cumerrow R. L., Holliday D. a. Moore, Phys. Rev., **72**, 1233 (1947).
6. Kumagai H. a. Ono K., Phys. Rev., **82**, 945 (1951).
7. Ривкинд А. И., Изв. АН СССР, Серия физич., **16**, 541 (1952).
8. Гортер К., Парамагнитная релаксация.— ИЛ, Москва, 1949.
9. Гребенщиков И. В., Просветление оптики.— Гостехиздат, М.—Л., 1946.
10. Lichtenecker K., Phys. ZS., **19**, 374 (1918).
11. Альтшулер С. А., Завойский Е. К. и Козырев Б. М., ЖЭТФ, **17**, 1122 (1947).
12. Альтшулер С. А., ЖЭТФ, **20**, 1047 (1950).
13. Шапошников И. Г., Диссертация.— ФИАН, 1949.
14. Lacroix R. a. Exterman R., Physica, **17**, 427 (1951).
15. Непримеров Н. Н., ЖЭТФ, **26**, *4*, 511 (1954).
16. Ting Y. a. Williams, Phys. Rev., **82**, 507 (1951).
17. Bagguly a. oth., Proc. Phys. Soc., **61**, 551 (1948).
18. Козырев Б. М., Салихов С. Г. и Шамонин Ю. Я., ЖЭТФ, **22**, 56 (1952).
19. Романов И. М., Диссертация.— Казанский гос. университет, 1950.
20. Самитов Ю. Ю., ЖЭТФ, **23**, 734 (1952).
21. Kumagai H., Phys. Rev., **83**, 1077 (1951).
22. Lancaster a. Cordy, J. Chem. Phys., **19**, 1181 (1951).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

Н. Н. НЕПРИМЕРОВ

ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ В ПАРАМАГНЕТИКАХ И ФЕРРИТАХ

Введение

Недавно появившийся обзор А. Л. Микаэляна [1], посвященный вращению плоскости поляризации радиоволн (в дополнение к нему можно указать на обзор А. В. Соколова [2], относящийся к оптической области спектра), посвящен в основном разбору эффекта Фарадея в ферромагнитных материалах. Между тем открытие эффекта для радиоволн [3], его первое теоретическое обоснование [4], а также дальнейшие теоретические [5] и экспериментальные [6—8] исследования были проведены на парамагнетиках. К сожалению, работы в этой области не дали пока определенных результатов. Подобное положение объясняется не столько малостью величины эффекта, сколько несовершенством экспериментальной методики; резонансное парамагнитное поглощение (РПП) также имеет очень малую величину, но изучено более детально, чем ферромагнитное.

Все известные до сих пор экспериментальные методы изучения вращения плоскости поляризации как в парамагнитных [3, 6—8], так и в ферромагнитных веществах [9,10], используют на радиоволнах схему, заимствованную из оптики. Однако количественное изменение частоты привело к качественному изменению экспериментальной техники. Соизмеримость длины радиоволны с объектом исследования и анализатором привела к большим погрешностям и значительной потере чувствительности, в то время как именно эта соизмеримость позволяет разработать мостовые схемы для обнаружения вращения плоскости поляризации, не имеющие аналогов в оптике и обладающие высокой чувствительностью. Подобные схемы, один из возможных вариантов которых описан ниже, позволяют не только сделать резонансное парамагнитное вращение (РПВ) полноправным объектом исследования, но и использовать их для изучения ферромагнитных материалов в очень тонких слоях и больших магнитных разбавлениях, что, в сочетании с большими внешними магнитными полями, имеет несомненный интерес для теории этого явления.

В настоящей статье изложена часть работы по изучению «гиробикомплексной» парамагнитной среды, относящаяся к вращению плоскости поляризации. Вторая часть работы, посвященная измерениям комплексной магнитной восприимчивости и диэлектрической проницаемости для тех же веществ, публикуется отдельной статьей [11].

1. Метод измерения

Центральной частью сконструированной нами экспериментальной установки для изучения вращения плоскости поляризации служит сложное, 12-полюсное волноводное сочленение, обладающее высокой степенью симметрии. Оно состоит из двух, соединенных крест-накрест прямоугольных волноводов, к которым присоединен круглый волновод так, что узкие стороны их прямоугольных стенок параллельны оси круглого (рис. 1)

В теории линий передачи сверхвысоких частот [12] приводится матрица рассеяния для такого сочленения, на основании которой можно установить ряд свойств, использованных нами при расчете установки:

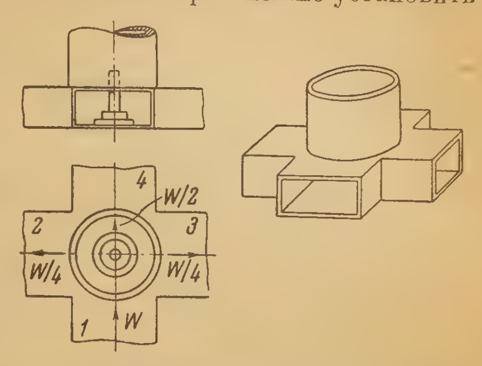


Рис. 1. Принципиальная схема и внешний вид 12-полюсного сочленения

1) В некоторой полосе частот сочленение может быть согласовано при помощи трех переменных параметров, установленных в виде коаксиальных штырей на дне прямоугольных волноводов вдоль оси круглого.

2) В случае согласования мощность W, поступающая в плечо *1*, в месте разветвления распределяется так, что половина ее, $W/2$, поступает в круглый волновод, а вторая делится поровну между плечами *2* и *3*. В плечо *4* мощность вообще не поступает. Так как плечи *2* и *3* присоединены параллельно плечу *1*, то в плоскостях, образованных узкими сторонами волноводов *1* и *4*, фазы будут равны для обеих волн (падающей и отраженной), и в случае, если плечи *2* и *3* коротко замкнуты и равны по длине, две отраженные волны у соединения совпадут по фазе, и отраженная мощность распределится поровну между плечами *1* и *4*. В круглый волновод мощность не поступит, так как обе волны будут иметь в нем противоположные поляризации и взаимно уничтожатся.

3) Если одно боковое плечо будет длиннее другого на четверть длины волны в волноводе $\lambda_в/4$, то волны, отраженные от обоих плеч, будут в месте соединения в противофазе, и поляризация волны, создаваемая ими в круглом волноводе, будет совпадать с осью коротко замкнутых плеч. В этом случае в круглом волноводе будут распространяться две волны, равные по амплитуде, но с взаимно перпендикулярными поляризациями.

Блок-схема практического варианта разработанной нами установки приведена на рис. 2.

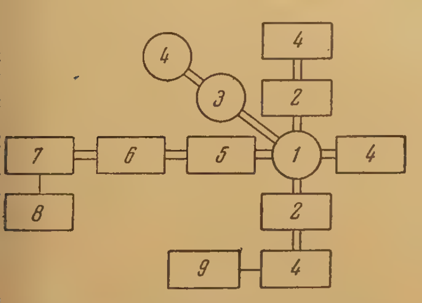


Рис. 2. Блок-схема установки: *1* — мост, *2* — детекторы, *3* — образец, *4* — короткие замыкания, *5* — фазовращатель, *6* — аттенюатор, *7* — генератор, *8* — питание, *9* — измеритель малых перемещений

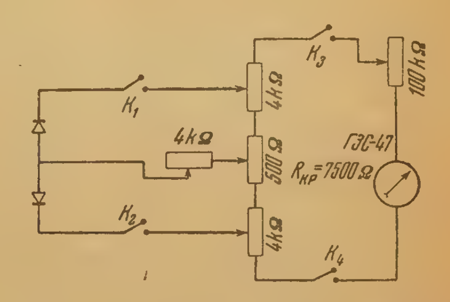


Рис. 3. Схема детекторного мостика Все сопротивления, за исключением 100 kΩ, проволочные. Ключи K_1, K_2, K_3, K_4 сблокированы. Схема имеет магнитный и электрический экраны

Мост выполнен фрезеровкой из латунных угольников с последующей притиркой и серебрением. Круглый волновод — съемный с дроссельным фланцем. В плечах *2* и *3* на равных расстояниях от центра сочленения помещены согласованные кристаллические детекторы, соединенные на пульте управления (см. схему на рис. 3). Все плечи коротко замкнуты бесконтактными поршнями, причем в одном из боковых плеч перемещение

поршня производится при помощи микрометрического винта с отсчетом с точностью до 5 μ. Линейные размеры деталей моста выполнены с точностью до 0,01 мм, а углы — по угольнику первого класса точности.

Магнитное поле вдоль оси круглого волновода, напряженностью до 6000 Ое, создается электромагнитом, схема питания которого дана на рис. 4. Градуировка магнита проводилась флюксметром с последующей калибровкой по парамагнитному резонансу (точность примерно 1,5 %).

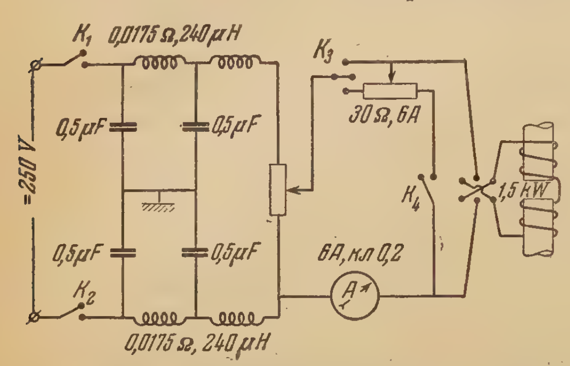


Рис. 4. Схема питания электромагнита. Реостат роликовый с плавной регулировкой, амперметр имеет оптическое увеличение шкалы в 3 раза; все детали и провода после фильтров помещены в электрический и магнитный экран

Исследуемая парамагнитная соль или феррит, взвешенный в парафине, помещались в виде плоскопараллельного слоя перед коротко замыкающим поршнем в круглом волноводе. Толщина образцов l во всех случаях была такой, что «оптическая» длина круглого волновода равнялась точно $\lambda_в/2$. Необходимая для определения длины волны в веществе диэлектрическая постоянная находилась экспериментально на той же частоте [11].

Микроволновая мощность W поступает от генератора через буферный аттенюатор и фазовращатель в одно из плеч (первое плечо) моста (рис. 2). При этом, согласно второму свойству сочленения, половина поступившей мощности, $W/2$, проходит в круглый волновод, отражается от короткого замыкания, дважды пересекая вещество, и приходит к точке разветвления в противофазе с падающей волной. Согласно правилу обратимости и второму свойству сочленения половина этой отраженной мощности уйдет в плечо *4* (рис. 1), а другая половина разобьется поровну между плечами *2* и *3*. При соответствующем подборе положений поршней в круглом и прямоугольных волноводах устанавливается картина стоячих волн. Если боковые плечи равны по длине, то токи, создаваемые детекторами в плечах сбалансированного мостика (рис. 3), будут одинаковы и гальванометр даст нулевые показания. Весьма существенно заметить при этом, что, несмотря на наличие поглощения и дисперсии в образце, а также при изменении падающей мощности или уходе частоты, детекторный мостик не выходит из равновесия. Справедливость этого наблюдения проверялась изменением падающей мощности на 20—30 db, сдвигом по фазе на 180°, а также наложением внешнего магнитного поля перпендикулярно оси круглого волновода. При этом детектор, подсоединенный к плечу *4*, отмечал наличие РПП, а мостик попрежнему сохранял равновесие.

Совершенно другая картина наблюдалась при наложении магнитного поля параллельно оси круглого волновода. Возникающий при этом поворот плоскости поляризации на угол φ эквивалентен появлению составляющей с поляризацией, перпендикулярной к поляризации начальной волны. Один из детекторов в плече *2* или *3*, в зависимости от знака поворота, получит при этом, согласно все тому же второму свойству сочленения, дополнительное количество энергии, равное половине мощности повернувшейся компоненты. Мост выйдет из равновесия, и гальванометр даст отклонение, пропорциональное углу поворота. Однако замечания, сделанные нами выше для равновесного моста, не справедливы для разбалансированного, и на отклонения гальванометра, хотя и в значительно меньшей мере, чем во всех предыдущих методах [6—10], будут влиять как дисперсия, так и поглощение. Здесь приходит на помощь линейная

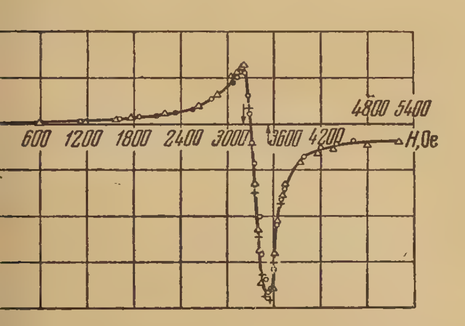
висимость эффекта Фарадея от поля (как известно, поглощение и дис-рсия не зависят от направления магнитного поля).

Все эксперименальные кривые получались как полусумма коммути-ванных кривых. Этот простой прием позволял не только почти полностью бавиться от влияния дисперсии и поглощения, но и контролировать боту моста.

Переход от чисто качественных измерений к количественным был сделан основании третьего свойства использованного сочленения. Перемеще-ием одного из боковых поршней разбалансированный мост может быть ова приведен в равновесие, причем угол поворота пропорционален ли-йному перемещению поршня x и легко подсчитывается по формуле:

$$\varphi = \frac{\pi x}{\lambda_в}. \qquad (1)$$

Дальнейший расчет вращения на единицу длины не представляет какого труда. Для характеристики повторяемости кривых РПВ и точ-ости расчета можно привести кривую $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ (рис. 5). Различные чки соответствуют измерениям, проведенным при различной чувствитель-ости, с различными образцами и с интервалом в несколько месяцев. екоторым дополнительным критерием правильности разработанной етодики может служить сравнение полученных данных с результатами ругих авторов.



с. 5. Кривая РПВ для $CuSO_4 \cdot 5H_2O$. зличные точки соответствуют трем различным измерениям

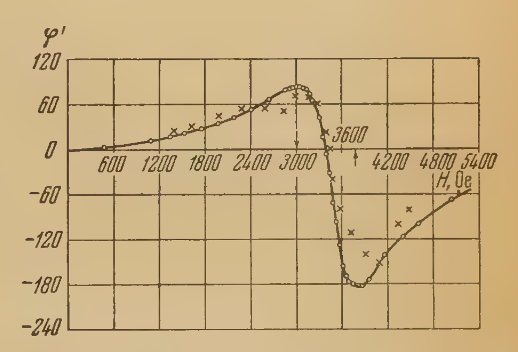


Рис. 6. Кривая РПВ для $MnCO_3$. Крестиками помечены точки, полученные Гоццини [8], кружками — наши точки

На рис. 6 приведена кривая РПВ для $MnCO_3$. Крестиками помечены чки, экспериментально полученные Гоццини [8], кружками — наши чки. Из сравнения тех и других рошо видны искажения и раз-ос точек для измерений, сделан-х прежним методом.

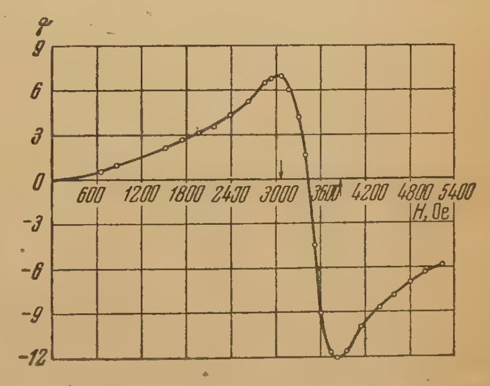


Рис. 7. Кривая РПВ для $Cr_2(SO_4)_3 \cdot 18H_2O$

Чувствительность сконструи-ванной установки можно про-монстрировать на примере кри-й для $Cr_2(SO_4)_3 \cdot 18H_2O$ (см. рис. . Общее вращение, т. е. суммар-я величина положительного и рицательного углов поворота, я этой соли близко к 19′.

Соответствующее этому враще-ю отклонение зайчика гальвано-тра было около 600 делений, при стабильности в одно деление. сюда следует, что примерная чувствительность установки или цена одно-деления шкалы составляет 2″. Однако чувствительность в данном случае

нельзя смешивать с точностью измерений, которая зависит от погрешностей в величинах $\lambda_в$ (длины волны в волноводе), x (перемещения поршня), P (веса образца) и d (плотности образца).

2. Результаты измерений в парамагнетиках

Измерения РПВ были нами проведены на двенадцати солях элементов группы железа. Образцы приготавливались в виде однородного, мелкоразмолотого порошка, взвешенного в парафине, и помещались непосредственно в волновод. При достаточной плоскопараллельности образца достигалось условие полной симметричности моста, что легко проверить вращением круглого волновода вокруг его оси.

Результаты измерений, проведенных на Cr^{+++}, Mn^{++}, Fe^{+++}, Cu^{++}, показывают, что все вещества, дающие РПП, дают и РПВ. Вместе с тем опыты, проведенные при крайних пределах возможной настройки клистрона по частоте, а также данные единственной кривой, снятой в работе [7] при $\lambda = 10$ см, показывают, что эффект вращения, аналогично парамагнитному резонансу, имеет квадратичную зависимость от частоты.

Свободные ионы трехвалентного хрома Cr^{+++} находятся в состоянии $4F_{3/2}$; g-фактор, определенный для них из РПП, близок к 2, что подтверждается и РПВ. Кривые вращения имеют явно выраженный несимметричный ход с преобладанием отрицательного вращения над положительным. Расстояние между экстремумами больше, чем полуширина δ'', известная из РПП. Наши измерения показали, что для CrF_3 вращение имеет на первый взгляд несколько неожиданную величину: коэффициент χ'' для CrF_3 почти в пять раз меньше, чем для $CrCl_3$ [11], а вращение меньше только в два с половиной раза.

Для ионов Mn^{++}, исследованных более подробно, g-фактор также близок к двум, так как они находятся в состоянии $^6S_{5/2}$, и магнетизм их имеет чисто спиновое происхождение. Наблюдаемые величины угла поворота для некоторых солей являются наибольшими из числа исследованных. В отличие от солей других элементов, кривые вращения для Mn^{++}, как правило, симметричны относительно центра, но этот центр лежит в отрицательных значениях угла вращения и является одновременно точкой резонанса. Весьма ориентировочно можно утверждать, что углы вращения, соответствующие большим полям, стремятся к какой-то средней величине — 50'. Исходя из изотропности g-фактора для большинства соединений двухвалентного марганца, можно предположить, что симметричность кривых РПВ может служить признаком или критерием этой изотропности. Очень неудачным с точки зрения сравнения с данными других авторов оказался сам факт выбора в качестве объекта измерений безводной и четырехводной соли $MnSO_4$ [6—8]. Как было показано в [11], эти соли, за исключением $MnSO_4 \cdot H_2O$, являются весьма неустойчивыми в отношении содержания кристаллизационной воды, и измерения на них трудно отнести к какому-нибудь определенному виду соли. Так, например, в работе [6] измерения проводились, вероятно, не на четырехводном, а на одноводном образце. Это видно из величины вращения и из полуширины кривой. Кривая Гоццини [8] лежит также между измеренными нами кривыми безводного и одноводного образцов. Более надежное сравнение можно провести лишь для $MnCO_3$, что и было нами сделано в предыдущем параграфе (рис. 7).

Из солей трехвалентного железа, Fe^{+++}, также находящегося в состоянии $^6S_{5/2}$, исследовалась только одна соль — железоаммонийные квасцы. Аналогично солям Mn^{++} она имеет большую величину вращения. Некоторая структурность, проявляющаяся в РПП, на кривой вращения отсутствует.

Если принять положение, высказанное выше для солей марганца, о том, что симметрия кривой отражает изотропность g-фактора, то иссле-

Таблица 1

Дисперсия магнитной восприимчивости в солях элементов группы железа

№ п/п	Основное состояние	Вещество	$\chi' \cdot 10^{-25}$, см³ ион⁻¹	χ^-/χ^+	δ'	$\frac{1}{25}\cdot\chi'$, м³ион⁻¹		$\frac{2\chi'}{\chi'(2H_{рез})}$
						$H_{рез}$	$2H_{рез}$	
1	$^4F_{3/2}$	$CrCl_3$	1,45	$\frac{0,15}{1,30}=0,1155$	240	0,10	0,14	$\frac{2,90}{0,14}=20,7$
2	»	CrF_3	0,33	$\frac{0,11}{0,22}=0,5$	770	0,05	0,10	$\frac{0,66}{0,1}=6,6$
3	»	$Cr_2(SO_4)_3 \cdot 18H_2O$						
4	$^6S_{5/2}$	$MnSO_4$	1,05	$\frac{0,45}{0,60}=0,75$	860	0,20	0,43	$\frac{2,10}{0,43}=4,9$
5	»	$MnSO_4 \cdot H_2O$	2,10	$\frac{0,80}{1,30}=0,62$	400	0,25	0,50	$\frac{4,20}{0,50}=8,4$
6	»	$MnSO_4\,(NH_4)_2\,SO_4 \cdot 6H_2O$	1,20	$\frac{0,40}{0,80}=0,5$	1400	0,2	0,50	$\frac{2,40}{0,50}=4,8$
7	»	$MnCl_2 \cdot 4H_2O$	0,50	$\frac{0,13}{0,37}=0,35$	1860	0,13	0,25	$\frac{1,0}{0,25}=4$
8	»	$MnCO_3$	1,0	$\frac{0,30}{0,70}=0,43$	800	0,20	0,32	$\frac{2,0}{0,32}=6,25$
9	$^6S_{5/2}$	$Fe_2\,(SO_4)_3\,(NH_4)_2\,SO_4 \cdot 24H_2O$	0,83	$\frac{0,30}{0,53}=0,566$	880	0,16	0,30	$\frac{1,66}{0,30}=5,55$
10	»	$Fe_2Ca_3\,(SiO_4)_3$	1,50	$\frac{0,50}{1,00}=0,5$	260	0,25	0,32	$\frac{3,0}{0,32}=9,4$
11	$^2D_{5/2}$	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	0,33	$\frac{0,08}{0,25}=0,32$	360	0,1	0,05	$\frac{0,66}{0,05}=13,2$
12	»	$Cu(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	0,38	$\frac{0,14}{0,24}=0,580$	360	0,1	0,05	$\frac{0,76}{0,05}=15,2$
13	»	$Cu(NH_3)_4SO_4 \cdot H_2O$	0,64	$\frac{0,17}{0,47}=0,36$	200	0,1	0,075	$\frac{1,28}{0,075}=17,8$

ованные соли меди Cu^{++} дают пример обратного. Рентгеноструктурный нализ показывает, что данные соли (табл. 1) имеют два магнитных иона одной ячейке [13]. Несмотря на поликристалличность образца, это, идимо, приводит к структурности кривой поглощения [11] и несимметричости кривой вращения. Опираясь на этот факт, по аналогии можно предположить, что асимметрия кривых CrF_3 и $CrCl_3$ вызвана также анизоропией g-фактора. Другой возможной причиной асимметричности могут лужить обменные силы.

До сих пор при обсуждении результатов мы не затрагивали вопроса природе вращения, о его происхождении. Кривые РПВ на рис. 5—9 позывают, что вращение плоскости поляризации в зависимости от внешнего агнитного поля имеет экстремальные значения по обе стороны от точки езонанса. Расположение этих точек и характерный дисперсионный вид ривых наводит на мысль о существовании глубокой связи между дисперией магнитной восприимчивости и РПВ. Для качественного сравнения табл. 1 и 2 собраны некоторые данные, характеризующие форму этих ривых. В первых столбцах таблиц даны абсолютные значения общей еличины дисперсии магнитной восприимчивости и угла поворота плоскоти поляризации. За исключением одной соли (аммиаката меди) наблюдатся некоторая пропорциональность между этими величинами. Расстояния ежду экстремумами, или полуширины δ^{φ} и δ'*, с точностью до ошибок пыта совпадают между собой, с той же точностью совпадают и положения кстремумов. Во вторых столбцах приведена своеобразная характеристика имметричности кривых—отношение их положительных к их отрицатель-

* Здесь δ^{φ} — полуширина резонансной кривой РПВ, δ' — полуширина резонансой кривой РПП.

Таблица 2

Парамагнитное резонансное вращение в солях элементов группы железа

№ п/п	Основное состояние	Вещество	φ′	φ⁺/φ⁻	δ	φ′($H_{рез}$)	φ′($2H_{рез}$)	$\frac{2\varphi}{\varphi(2H_{рез})}$
1	$^4F_{3/2}$	$CrCl_3$	264	$\frac{28}{236}=0,1186$	280	5	20	$\frac{528}{20}=26,4$
2	»	CrF_3	103	$\frac{28}{75}=0,375$	780	5	20	$\frac{206}{20}=10,3$
3	»	$Cr_2(SO_4)_3 \cdot 18H_2O$	18,9	$\frac{6,8}{12,1}=0,56$	800	1,5	6	$\frac{39,8}{6}=6,6$
4	$^6S_{5/2}$	$MnSO_4$	205	$\frac{85}{120}=0,71$	840	40	55	$\frac{410}{55}=7,5$
5	»	$MnSO_4 \cdot H_2O$	330	$\frac{138}{192}=0,72$	420	20	60	$\frac{660}{60}=11$
6	»	$MnSO_4(NH_4)_2SO_4 \cdot 6H_2O$	107	$\frac{32}{75}=0,43$	1500	15	45	$\frac{214}{45}=4,75$
7	»	$MnCl_2 \cdot 4H_2O$	42	$\frac{13}{29}=0,45$	1840	4	20	$\frac{84}{20}=4,2$
8	»	$MnCO_3$	264	$\frac{82}{182}=0,45$	800	18	60	$\frac{528}{60}=8,8$
9	$^6S_{5/2}$	$Fe_2(SO_4)_3(NH_4)_2SO_4 \cdot 24H_2O$	185	$\frac{75}{110}=0,68$	840	30	35	$\frac{370}{35}=10,6$
10	«	$Fe_2Ca_3(SiO_4)_3$						
11	$^2D_{5/2}$	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	72	$\frac{17}{55}=0,31$	320	15	7	$\frac{144}{7}=20,6$
12	«	$Cu(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	80	$\frac{25}{55}=0,45$	400	0	7	$\frac{160}{7}=22,8$
13	»	$Cu(NH_3)_4SO_4 \cdot H_2O$	39	$\frac{10}{29}=0,34$	180	4	3	$\frac{78}{3}=26$

ным частям. Несмотря на широкий интервал значений ($0,3 \div 0,7$), во всех случаях наблюдается довольно хорошее согласие. Предположение о пропорциональности угла вращения дисперсии магнитной восприимчивости подтверждается и одинаковым расположением точек при $H_{рез}$ и $2H_{рез}$, приведенных в предпоследних столбцах. Последний столбец цифр дает возможность судить об интенсивности эффекта по отношению к значениям χ_0 и φ_0. Смысл φ_0 будет выяснен в следующем параграфе.

3. Сравнение результатов с теорией

Теория вращения плоскости поляризации исходит из хорошо известной формулы Френеля:

$$\frac{\varphi}{e}=\frac{\pi}{\lambda}(n^{-}-n^{+}), \tag{2}$$

которая дает наиболее общее выражение зависимости угла поворота от разности в показателях преломления для право- и лево-поляризованной по кругу волны. С целью теоретического обоснования экспериментальных результатов, изложенных в параграфе 2, сделаем естественное допущение, что в парамагнетике диэлектрическая постоянная ε не зависит от приложенного внешнего поля H; тогда выражение (2) можно путем элементарных преобразований значительно упростить и привести к виду:

$$\frac{\varphi}{e}=\frac{2\pi^2\sqrt{\varepsilon}}{\lambda}\operatorname{Re}\chi^{\mp}, \tag{3}$$

где знак $\pm$ относится к изменению магнитного квантового числа m, правила отбора для которого $\Delta m=\pm 1;\ 0$. Используя вычисления, про-

еланные С. А. Алтшулером [14] для магнитной восприимчивости, и те оправки, которые для реальной части внес И. М. Романов [15], можно аписать выражение для угла вращения плоскости поляризации в виде

$$\varphi(\nu) = \frac{2\pi^2 e\nu_0 \sqrt{\varepsilon}}{c}\chi_0 \left\{1 + \frac{\nu_0}{\nu}\left[e^{-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_i}\right)^2}\int\limits_0^{\frac{\nu-\nu_0}{\nu_i}} e^{x^2}\,dx - e^{-\left(\frac{\nu+\nu_0}{\nu_i}\right)^2}\int\limits_0^{\frac{\nu+\nu_0}{\nu_i}} e^{x^2}\,dx\right]\right\}, \quad (4)$$

де $\nu = \frac{g\beta H}{h}$, $\nu_0 = \frac{g\beta H_{рез}}{h}$, $\nu_i = \frac{g\beta H_i}{h}$, χ_0 — статическая восприимчивость, — магнетон бора; h — постоянная Планка, а H_i — внутреннее магнитное юле.

Формула (4) может служить лишь первым приближением, так как ри ее выводе сделаны допущения, строго справедливые только для арамагнитных газов.

Однако, несмотря на это, она в основном правильно описывает экспериентальные результаты. Так, для достаточно высоких частот $\nu \gg 10^9$ Hz, введя обозначение $\varphi_0 = \frac{2\pi^2 e\nu_0\sqrt{\varepsilon}}{c}\chi_0$, имеем: $\varphi(0) = 0$, $\varphi(H_{рез}) = \frac{3}{4}\varphi_0$; $\varphi(2H_{рез}) = \frac{5}{3}\varphi_0$ и, наконец, $\varphi(\infty) = \varphi_0$.

Для количественного сравнения воспользуемся экспериментальными анными по дисперсии восприимчивости и измеренными диэлектрическими юстоянными [11]. В табл. 3 собраны все данные, необходимые для такого равнения.

Таблица 3

Количественное сравнение дисперсии магнитной восприимчивости и парамагнитного резонансного вращения

№ п/п	Вещество	M	d	ε	ε''	Суммарная восприимчивость $\chi' \cdot 10^{-25}$ см³ ион⁻¹	$\varphi' = \frac{2\pi^2\sqrt{\varepsilon}}{\lambda}\cdot\frac{\chi' N d}{M}$	$\varphi = \frac{2\lambda}{\lambda_g(u^2_{mn} - n^2)}$	$\varphi'_{волн}$
1	$CrCl_3$	158,38	2,757	13,5	32,4	1,45	117	118	264
2	CrF_3	109,01	3,80	13,7	2,46	0,33	51,5	47	103
3	$MnSO_4$	151,00	3,25	8,4	0,37	1,05	80,5	92	205
4	$MnSO_4 \cdot H_2O$	169,00	2,95	9,9	0,26	2,10	152	150	330
5	$MnSO_4\,(NH_4)_2SO_4 \cdot 6H_2O$	391,24	1,831	7,7	0,15	1,20	19,2	48,5	107
6	$MnCl_2 \cdot 4H_2O$	197,91	2,01	9,6	0,43	0,50	19,3	18,8	42
7	$MnCO_3$	114,94	3,125	12,8	1,79	1,0	120	120	264
8	$Fe_2\,(SO_4)_3\,(NH_4)_2\,SO_4 \cdot 24H_2O$	962,42	1,719	7,2	0,25	0,83	5	84	185
9	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	249,69	2,286	6,6	0,19	0,33	9,75	32,3	72
0	$Cu\,(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	295,65	2,074	5,0	0,15	0,38	6,6	36,2	80
1	$CuSO_4(NH_3)_4 \cdot H_2O$	245,74	1,81	7,0	0,63	0,64	15,5	17,7	39

Экспериментальные значения угла поворота, приведенные в табл. 1 на рис. 5—9, не могут быть непосредственно сравнены с вычисленными начениями, так как они получены в волноводе, условия в котором тличны от условий в свободном пространстве. В первом приближении ожно воспользоваться для поправки формулой, предложенной в работе 16]:

$$\varphi = \varphi_{волн}\,\frac{2\lambda}{(u^2_{mn} - n^2)\,\lambda_в}, \quad (5)$$

де для использованного нами типа волны $H_{mn} = H_{11}$, а u_{11} есть первый орень первой призводной от первой функции Бесселя $J'_1(x)$. Подстановка го значения [17] дает для описанной выше установки поправочный коэфициент $\varphi = 0{,}438\ \varphi_{волн}$.

Поправленные таким образом значения углов поворота даны в табл. 3 с вычисленными по формуле (4). Если учесть большое число экспериментально определяемых величин, входящих в формулу (4), то согласие для большинства солей можно считать удовлетворительным. Аномалия в величине вращения для CrF_3, отмеченная в предыдущем параграфе, находит теперь свое объяснение. Однако при этом обнаруживается, что ряд солей не дает количественного согласия. Предположение о выпадении значений для этих четырех типов солей из-за неприменимости к ним ввиду больших диэлектрических потерь формулы (5) не оправдалось, так как измеренные у них тангенсы углов потерь оказались даже меньше, чем у других солей.

4. Результаты измерений в ферритах

Проверка применимости разработанной методики для измерений на ферромагнитных материалах была проведена нами на двух ферритах. Наибольший интерес представляло изучение вращения плоскости поляризации вблизи резонанса. Для этого образцы приготавливались в виде мелкодисперсного порошка, взвешенного в парафине, при концентрации 1 : 10. Одновременно на этих же образцах описанным в [11] методом производилось изучение действительной и мнимой частей магнитной проницаемости. Для никель-цинкового феррита все три кривые приведены на рис. 8, для марганец-цинкового — на рис. 9. Из формы кривых действительной части магнитной проницаемости видно, что она подчиняется некоторым закономерностям, установленным нами [11] для дисперсии восприимчивости в парамагнетиках:

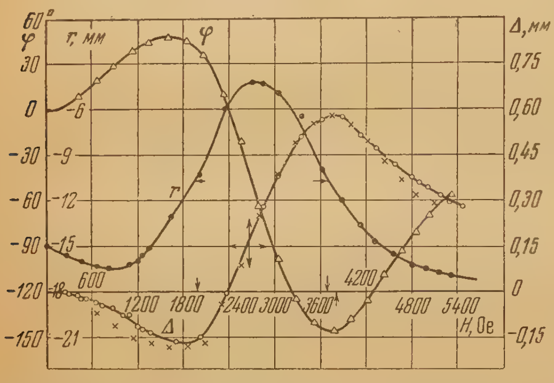


Рис. 8. Кривые действительной и мнимой частей магнитной проницаемости и кривая вращения плоскости поляризации для феррита $NiO.ZnO.Fe_2O_3$ состава 25-25-50%

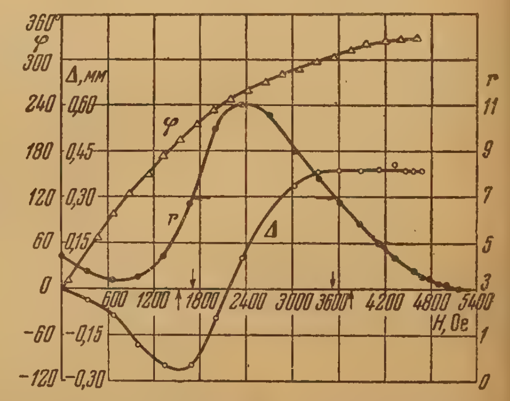


Рис. 9. То же, что на рис. 8, но для феррита $MnO.ZnO.Fe_2O_3$ состава 30-20-50 %

1) полуширина кривой, определенная из дисперсии проницаемости, больше, чем полуширина линии поглощения ($\delta' = 1{,}13\ \delta''$);

2) при резонансном значении поля кривая дисперсии проходит через значение μ_0;

3) при поле, равном $2H_{рез}$, действительная часть проницаемости имеет ичину, близкую к $2\mu_0$.

Кривые вращения для обоих ферритов имеют различный вид: если для ель-цинкового феррита кривая, можно сказать, точно следует за дисcией проницаемости, то для марганец-цинкового она имеет форму, известную из прежних измерений [9—10], несмотря на то, что проходит ку резонанса. Возможная причина такого расхождения в ходе кривых кет лежать в том, что один из исследованных ферритов — марганецковый — был обожжен, а другой не был обожжен.

Основные выводы

1. Нами разработан и экспериментально осуществлен новый метод ерения вращения плоскости поляризации, опирающийся на соизмерить длины волны с образцом и анализатором и имеющий ряд преимуществ ед прежними методами, а именно:

а) на измерения не влияют изменения падающей мощности и частоты;

б) метод дает величину вращения плоскости поляризации как функо от H, свободную от влияния дисперсии восприимчивости и поглоще-і;

в) метод заменяет механическое измерение угла поворота линейной ибровкой, что приводит к повышению чувствительности установки 2″ с хорошей повторяемостью;

г) дает возможность использовать линейность эффекта для удвоения чета угла вращения;

д) имеется возможность заменить соленоид, создающий внешнее магное поле, обычным электромагнитом с небольшим зазором.

2. В результате проведенных на двенадцати солях элементов группы леза измерений РПВ мы установили, что все вещества, дающие РПП, адают и РПВ.

3. Между дисперсией магнитной восприимчивости и вращением плоости поляризации существует качественная и количественная связь.

4. Нами предложена полумакроскопическая формула зависимости а поворота от внешнего магнитного поля, описывающая в первом приижении экспериментальные результаты.

5. Разработанный метод применим для измерения вращения плоскости яризации в ферритах.

Казанский гос. университет
им. В. И. Ульянова-Ленина

Получена редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

Микаэлян А. Л., УФН, 51, 205 (1953).
Соколов А. В., УФН, 50, 161 (1953).
Wilson a. Hull, Phys. Rev., 74, 711 (1948).
Kastler A., C. R., 228, 1640 (1949).
Opehowski W., Rev. Mod. Phys., 25, 264 (1953).
Lakroix R., Rytter C. H. et Exterman R., Helvetica Physika Acta, 23, 539 (1950).
Soutif-Guicherd et Lambert, C. R., 231, 1460 (1950).
Gozzini A., Nuovo Cimento, 8, 928 (1951).
Roberts F. F., J. Phys. Radium, 12, 305 (1951).
Hogan C. L., Bell-System Tech. J. 31, 1 (1952).
Неприморов Н. Н., В настоящем номере журнала, стр. 360.
Теория линий передачи сверхвысоких частот.— Изд. «Советское радио», М., 1951.
Beevers C. A. a. Lipson H., Proc. Roy. Soc., A-146, 570 (1934).
Альтшулер С. А., ЖЭТФ, 17, 1122 (1947).
Романов И. М., ЖЭТФ, 20, 572 (1950).
Suhl H. a. Walker Z. R., Phys. Rev., 86, 122 (1952).
Ватсон Н., Теория бесселевых функций, II.— ИЛ, М., 1949.

Н. А. СМОЛЬКОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ФАРАДЕЯ В ФЕРРИТАХ НА САНТИМЕТРОВЫХ ВОЛНАХ

Метод исследования эффекта Фарадея на сантиметровых волна аналогичен методу, используемому в оптике. Вместо применяемых оптике поляризационных призм в качестве поляризатора и анализатора н сантиметровых волнах используются прямоугольные волноводы, а исследуемый образец помещается в круглый волновод, вставленный в соленоид.

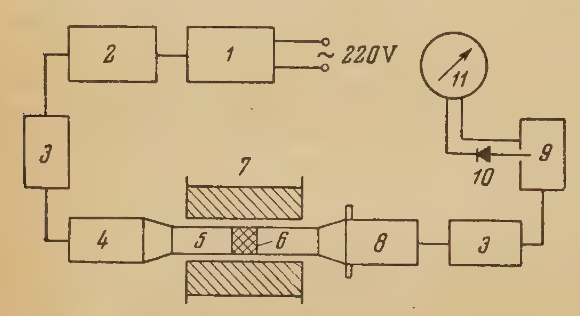


Рис. 1. Блок-схема установки: *1* — стабилизованный выпрямитель, *2* — клистронный генератор, *3* — переменные аттенюаторы, *4* — поляризатор, *5* — круглый волновод, *6* — образец, *7* — соленоид, *8* — анализатор с лимбом, *9* — детекторная головка, *10* — детектор, *11* — гальванометр

На рис. 1 дана простейшая блок-схема экспериментальной установки для исследования этого эффекта.

В прямоугольном волноводе, служащем поляризатором, создаются электромагнитные волны типа H_{10}, как показано на рис. 2, *а*, где сплошные линии означают поле E, пунктирные — поле H. Эти волны проходят в круглый волновод, где трансформируются в волны типа H_{11}, как показано на рис. 2, *б*. При прохождении волн через секцию круглого волновода, заполненную исследуемым образцом, который намагничивается продольным магнитным полем соленоида, плоскость поляризации волн H_{11} поворачивается на угол φ, как показано на рис. 2, *в*. Дальше волны из круглого волновода поступают в прямоугольный волновод, служащий анализатором, где трансформируются в волны типа H_{10}. Мощность высокочастотных колебаний, поступающих в анализатор из круглого волновода, будет наибольшей, когда анализатор тоже будет повернут на угол φ, как показано на рис. 2, *г*.

Теоретически угол φ определяется из совместного решения магнитодинамического уравнения Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \gamma [\mathbf{M}\mathbf{H}_i] - \frac{\gamma\delta}{M} [\mathbf{M} [\mathbf{M}\mathbf{H}_i]] \tag{1}$$

с уравнениями Максвелла:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

е $\gamma = g\frac{e}{2mc}$ — гиромагнитное отношение электрона, т. е. отношение гнитного момента электрона к механическому моменту; g — фактор щепления Ланде; δ — параметр, характеризующий затухание прецес-рующих магнитных моментов $\mathbf{M}$ вокруг направления внутреннего ля $\mathbf{H}_i$.

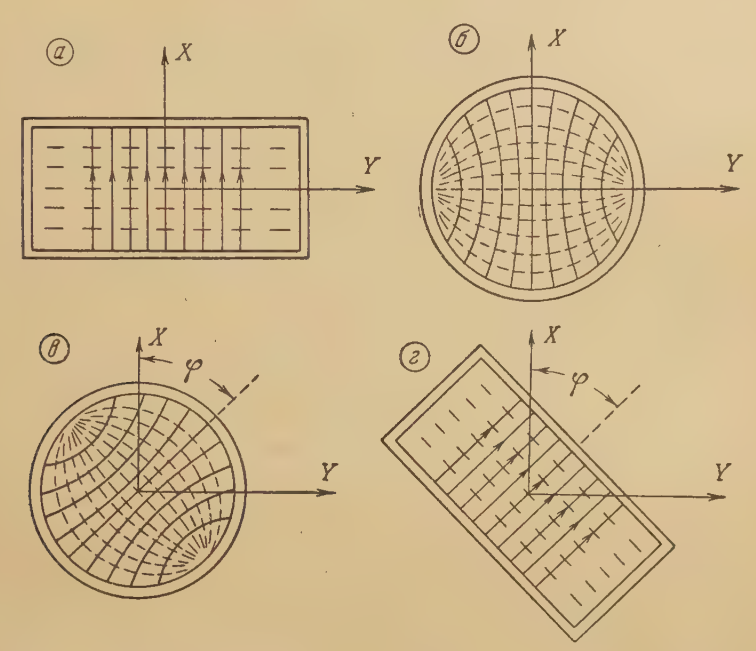


Рис. 2. Типы волн в волноводном тракте: *а* — в прямоугольном волноводе (поляризаторе); *б* — в круглом волноводе, *в* — поворот плоскости поляризации на угол φ при прохождении через образец, *г* — в прямоугольном волноводе — анализаторе — в случае поворота анализатора на угол φ.

Из уравнения (1) следует, что между высокочастотной магнитной дукцией $\mathbf{b}$ и высокочастотным внутренним полем $\mathbf{h}^i$ существует не алярная зависимость, как мы обычно принимаем, а тензорная, т. е.

$$\mathbf{b} = T_{ij}\mathbf{h}^i, \tag{3}$$

е

$$T_{ij} = \begin{vmatrix} \mu & -ik & 0 \\ ik & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{4}$$

аче говоря, компоненты вектора $\mathbf{b}$ имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} b_x &= \mu h_x^i - ikh_y^i, \\ b_y &= ikh_x^i + \mu h_y^i, \\ b_z &= h_z^i. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

личины μ и k являются комплексными:

$$\mu = \mu_1 - i\mu_2, \tag{6}$$

$$k = k_1 - ik_2, \tag{7}$$

причем

$$\mu_1 = 1 + \frac{[\gamma^2 H_z^2 (1+\delta^2) - \omega^2][M_z \gamma^2 H_z (1+\delta^2)] + 2\gamma^2\omega^2\delta^2 H_z M_z}{[\gamma^2 H_z^2 (1+\delta^2) - \omega^2]^2 + 4\gamma^2\omega^2\delta^2 H_z^2}, \tag{8}$$

$$\mu_2 = \frac{M_z \gamma\delta\omega [\gamma^2 H_z^2 (1+\delta^2) + \omega^2]}{[\gamma^2 H_z^2 (1+\delta^2) - \omega^2]^2 + 4\gamma^2\omega^2\delta^2 H_z^2}, \tag{9}$$

$$k_1 = \frac{M_z \gamma\omega [\gamma^2 H_z^2 (1+\delta^2) + \omega^2]}{[\gamma^2 H_z^2 (1+\delta^2) - \omega^2]^2 + 4\gamma^2\omega^2\delta^2 H_z^2}, \tag{10}$$

$$k_2 = \frac{2\gamma^2\omega^2\delta H_z M_z}{[\gamma^2 H_z^2 (1+\delta^2) - \omega^2] + 4\gamma^2\omega^2\delta^2 H_z^2}; \tag{11}$$

здесь ω — циклическая частота высокочастотного поля $h = h_0 e^{i\omega t - \gamma_0 l}$, где $\gamma_0 = \alpha + i\beta$ — постоянная распространения (α — постоянная затухания и β — коэффициент фазы).

Решая уравнения Максвелла для случая плоской волны, распространяющейся в ферромагнитной среде в направлении постоянного магнитного поля H_0, и имея в виду, что b_x, b_y и b_z определяются соотношениями (5), получаем два значения постоянной распространения:

$$\gamma_{0\pm} = \frac{i\omega}{c} \sqrt{(\mu \pm k)\varepsilon}, \tag{12}$$

что указывает на разложение плоской линейнополяризованной волны на две волны круговой поляризации, имеющие различные постоянные распространения.

Знак плюс соответствует правополяризованной волне, а знак минус — левополяризованной.

Из соотношений (8) — (12) можно определить значение фазовых скоростей для обеих волн, а по ним найти угол вращения:

$$\varphi = \frac{\beta_- - \beta_+}{2} l, \tag{13}$$

где l — путь, пройденный волной в исследуемом материале (толщина образца).

Данное теоретическое рассмотрение эффекта Фарадея в ферромагнетиках на сантиметровых волнах было проведено Полдерсм [2] и Хоганом [3], которые исходили из предположения, что высокочастотная электрическая проницаемость ε остается постоянной при изменении внешнего магнитного поля H_0, входящего в состав поля H_i. Как показали наши опыты [4], ε является функцией поля H_0 в случае ферромагнитного резонанса в ферритах. Поэтому существующая в настоящее время теория эффекта Фарадея на сантиметровых волнах в ферритах и других неметаллических магнитных полупроводниках нуждается в дальнейшей доработке.

При помощи указанной выше методики нами был изучен эффект Фарадея в ферритах: $Ni_\delta Cd_{1-\delta}Fe_2O_4$ и $(Ni_{0,5}Cu_{0,5}Fe_2O_4)_{0,85}(BaO)_{0,15}$ на длине волны $\lambda = 3{,}15$ см. Образцы были изготовлены в виде цилиндров: один образец длиной l=9,8 мм, другой образец—l=5,0 мм. Каждый образец полностью заполнял внутреннее сечение круглого волновода.

На рис. 3 приведен график зависимости φ от внешнего поля H_0 для первого образца. Из графика видно, что примерно до $H_0 = 1000$ Ое угол вращения пропорционален полю H_0, а затем пропорциональность нарушается,— повидимому, материал становится насыщенным в магнитном

отношении. При $H_0 = 1670$ Oe наблюдается небольшой минимум кривой, который по предположению Хогана [3] можно объяснить поверхностным эффектом. Дальше с $H_0 = 1800$ Oe начинается область ферромагнитного резонанса и при $H_0 = 2500$ Oe угол φ проходит через 0 и становится отрицательным.

На рис. 4 дана та же зависимость для второго образца, область резонанса для которого лежит при значениях H_0 бо́льших 3000 Oe. На графике

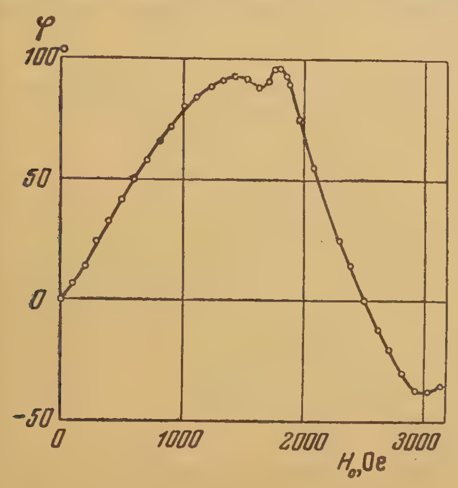


Рис. 3. Зависимость угла вращения φ феррита $Ni_\delta Cd_{1-\delta}Fe_2O_4$ от внешнего магнитного поля H_0. Длина образца $l = 9{,}8$ мм

Рис. 4. То же, что на рис. 3, но для феррита $(Ni_{0,5}Cu_{0,5}Fe_2O_4)_{0,85}(BaO)_{0,15}$; $l = 5{,}0$ мм

также наблюдается минимум кривой, правда, значительно размытый, что, повидимому, можно объяснить влиянием формы образца ($l = 5$ мм).

Выводы

1. При эффекте Фарадея в ферритах наблюдается поверхностный эффект перед областью резонанса.

2. При резонансе угол вращения плоскости поляризации меняет знак.

В заключение выражаю благодарность Е. И. Кондорскому за советы и замечания по работе.

Московский гос. университет
им. М. В. Ломоносова

Получена редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М., Sow. Phys., 8, 153 (1935).
2. Polder D., Phil. Mag., 40, *300*, 99 (1949).
3. Hogan C. L., Bell-System Techn. Journ., 31, *1*, 1 (1952); Rev. Mod. Phys., 25, *1*, 253 (1953).
4. Кондорский Е. И. и Смольков Н. А., ДАН СССР, 93, *2*, 237 (1953).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

Я. Н. КОЛЛИ и К. М. ПОЛИВАНОВ

ФЕРРИТОВАЯ ШАЙБА В КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ

Методика измерений и обработки результатов

1. Метод холостого хода и короткого замыкания

Распространенный и сравнительно простой метод определения четырех параметров бикомплексной среды ($\mu = \mu_1 - i\mu_2$, $\varepsilon = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2$), заполняющей отрезок коаксиальной линии, заключается в измерении входного сопротивления при коротком замыкании ($Z_к$) и холостом ходе ($Z_х$) на конце линии с образцом [1, 2].

Входное сопротивление при этом может определяться по хорошо разработанным методам на основании измерения значений коэффициента бегущей волны и смещения минимума.

Обозначая буквами со штрихами нормированные или приведенные значения входных сопротивлений, т. е. значения входных сопротивлений, деленные на характеристическое сопротивление линии без заполнения, имеем:

$$Z'_к = Z'_c \operatorname{th} \gamma l \quad \text{и} \quad Z'_х = \frac{Z'_c}{\operatorname{th} \gamma l}, \tag{1}$$

откуда

$$Z'_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{Z'_к Z'_х} \tag{2}$$

и

$$\operatorname{th} \gamma l = \operatorname{th}(\beta l + i\alpha l) = \sqrt{\frac{Z'_к}{Z'_х}} = Te^{i\tau}, \tag{3}$$

здесь T и τ — соответственно модуль и угол комплексного гиперболического тангенса.

Зная T и τ и пользуясь известными формулами, можно найти комплексный аргумент гиперболического тангенса.

Удобно пользоваться следующими формулами:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\alpha l &= \frac{2T \sin\tau}{1 - T^2}, \\ \operatorname{th} 2\beta l &= \frac{2T\cos\tau}{1 + T^2}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

После того как найдены значения α и β (при этом длина линии с образцом l предполагается известной), находим, что

$$\sqrt{\mu\varepsilon} = \gamma' = \frac{\beta + i\alpha}{i\alpha_0}, \tag{6}$$

где

$$\alpha_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \tag{7}$$

— постоянная распространения линии без образца.

На основании (2) и (6) легко находим:

$$\mu = \gamma' Z_c' \quad \text{и} \quad \varepsilon = \frac{\gamma'}{Z_c'}. \tag{8}$$

Изложенный метод обладает следующими существенными недостатками:) для определения положений короткозамыкающего поршня, соответствую-щих короткому замыканию и холостому ходу на конце образца, необхо-димо осуществить градуировку линии с поршнем, 2) определение величин и ε производится на основании только двух измерений — одного при коротком замыкании и другого при холостом ходе.

2. Метод трех реактивных нагрузок

Указанные недостатки устраняются при пользовании методом трех реактивных нагрузок*. Этот метод заключается в следующем.

а) Построение круговой диаграммы. Входные сопротивления Z' определяются для ряда разных положений поршня. Все найденные значения Z' должны лежать на окружности, так как изменяющаяся на-грузка остается чисто реактивной. Экспериментальные точки Z' наносятся на комплексную плоскость и через них проводится окружность.

Определяются координаты центра окружности

$$x_0 + iy_0 = a\angle\varphi \tag{9}$$

и радиус окружности R.

Уравнение круговой диаграммы для входного сопротивления имеет вид**:

$$Z' = Z_x' + \frac{Z_к' - Z_x'}{1 + i\dfrac{X_н'}{Z_x'}}. \tag{10}$$

Здесь

$$X_н' = \operatorname{tg} \alpha_0 x \tag{11}$$

— сопротивление реактивной нагрузки, включенной на выходе линии образцом; x — расстояние от конца образца до короткозамыкающего поршня.

Можно легко установить зависимость трех параметров круговой диа-граммы от значений $Z_к'$ и Z_x'. Она выражается следующими равенствами:

$$x_0 + iy_0 = Z_x' + Z_x'\frac{Z_к' - Z_x'}{2R_x'}, \tag{12}$$

$$R = \left| Z_x' \frac{Z_к' - Z_x'}{2R_x'} \right| = \left| \frac{(Z_c')^2 - (Z_x')^2}{2R_x'} \right|, \tag{13}$$

где $R_x' = \operatorname{Re}(Z_x')$.

Таким образом, имея значения входных сопротивлений, принимаемые за Z_x' и $Z_к'$, а также окружность, построенную на основании ряда изме-рений при различных положениях поршня, можно определить, насколько найденные значения Z_x' и $Z_к'$ согласуются со всем рядом других измере-ний.

---

* В разработке этого метода принимал участие В. Ю. Ломоносов.
** Вывод дан в Приложении 1.

Например, при измерении образца $l = 0{,}413$ см в поперечном магнит-ном поле $H = 1225$ Ос при длине волны $\lambda_0 = 10{,}8$ см найдены

$$Z'_{\text{к}} = 0{,}59 + i\,0{,}535 = 0{,}795 \angle \quad 42^\circ 10',$$
$$Z'_{\text{х}} = 0{,}14 - i\,0{,}19 \quad = 0{,}235 \angle - 53^\circ 30'.$$

Центр построенной по ряду измерений окружности имеет координаты:

$$x_0 + iy_0 = 1{,}03 \angle - 10^\circ 35' = 1{,}015 - i\,0{,}19$$

и радиус

$$R = 0{,}87.$$

Значения координат и радиуса, подсчитанные по формулам (12) и (13) соответственно равны:

$$x_0 + iy_0 = 0{,}865 \angle - 8^\circ 47' = 0{,}855 - i\,0{,}132, \quad R = 0{,}715.$$

Полученное расхождение позволяет, во-первых, оценить точность резул-татов, а, во-вторых, исправить проведенную окружность или значения Z и $Z'_{\text{к}}$, приведя их в соответствие.

б) Определение характеристического сопротивлени по измерениям при трех реактивных нагрузках. Для опре-деления интересующих нас четырех параметров (μ_1, μ_2, ε_1, ε_2), конечно недостаточно трех параметров круговой диаграммы (при неизвестных Z и $Z'_{\text{к}}$). Однако, дополняя круговую диаграмму известным характеристиче-ским сопротивлением линии с образцом Z'_c, можно найти все требуемы параметры.

Значение Z'_c может быть найдено, если известны значения входны сопротивлений Z'_1, Z'_2, Z'_3 для трех положений поршня, получаемых пр последовательном смещении поршня на одинаковую величину Δx. При этом нет необходимости знать расстояние от поршня до образца — тре-буется знание только относительного положения поршня в указанны трех измерениях: при первом измерении — x, при втором — $x + \Delta x$, пр третьем — $x + 2\Delta x$.

По найденным значениям входных сопротивлений характеристическо сопротивление определяется по расчетной формуле *.

$$(Z'_c)^2 = \frac{(tZ'_2)^2 - 2rstq - (Z'_1 s - Z'_3 r)^2 q^2}{t^2 + 2rstq - (s - r)^2 q^2}, \qquad (14$$

где

$$q = i\,\mathrm{ctg}\,(\alpha_0 \Delta x), \quad r = Z'_1 - Z'_2, \quad s = Z'_2 - Z'_3, \quad t = Z'_3 - Z'_1. \qquad (15$$

Вместо расчетной формулы (14) можно пользоваться эквивалентной е расчетной формулой, в которую вместо сопротивлений и разностей между сопротивлениями входят проводимости и разности между проводимостями а именно

$$(Z'_c)^2 = \frac{p^2 - 2mnpq - (m - n)^2 q^2}{(pY'_2)^2 + 2mnpq - (Y'_3 m - Y'_1 n)^2 q^2}, \qquad (16$$

где q имеет прежнее значение,

$$Y'_i = \frac{1}{Z'_i}, \quad m = Y'_1 - Y'_2, \quad n = Y'_2 - Y'_3, \quad p = Y'_3 - Y'_1. \qquad (17$$

* Вывод формулы дан в Приложении 2.

При наличии ряда измеренных входных сопротивлений (удовлетворяющих требованию равных смещений поршня) вычисление Z'_c может быть произведено несколько раз. Таким образом, приведенные здесь расчетные формулы позволяют основываться на серии измерений, для которых нет необходимости знать расстояние от конца образца до поршня.

Практически удобно производить проверку предполагаемых положений холостого хода и короткого замыкания посредством проведения измерения в этих точках и в средней точке. В этом случае $Z'_1 = Z'_к$, $Z'_3 = Z'_х$, $\Delta x = \frac{\lambda}{8}$, $q = i$.

Применяя к этому случаю формулу (14), находим:

$$(Z'_c)^2 = \frac{(tZ'_2)^2 - i2rst + (Z_1 s - Z_3 r)^2}{t^2 + i2rst + (s-r)^2}, \tag{14a}$$

причем результат вычисления должен быть равен произведению $Z'_х Z'_к$, т. е. $Z'_1 Z'_3$. Совпадение указанных результатов служит подтверждением правильной установки поршня, т. е. соответствия первого положения режиму холостого хода, а третьего — режиму короткого замыкания.

в) **Определения постоянной распространения из круговой диаграммы при известном характеристическом сопротивлении.** Зная характеристическое сопротивление Z'_c и параметры круговой диаграммы a, φ и R, можно определить постоянную распространения линии с образцом и, следовательно, параметры самого образца.

Для получения расчетных формул нужно выразить $Z'_к$ и $Z'_х$ через параметры линии:

$$Z'_к = Z'_c \operatorname{th} \gamma l \quad \text{и} \quad Z'_х = Z'_c \operatorname{cth} \gamma l \tag{18}$$

и подставить в уравнение (10):

$$Z'_{вх} = Z'_c \operatorname{cth} \gamma l + Z'_c \frac{\operatorname{th} \gamma l - \operatorname{cth} \gamma l}{1 + i \frac{X'_н}{Z'_c} \operatorname{th} \gamma l}, \tag{19}$$

где $X'_н$ — сопротивление нагрузки.

Преобразовав это уравнение *, можно найти следующую связь между параметрами линии и параметрами круговой диаграммы:

$$\operatorname{ch} 2\beta l = \frac{a}{R} \cdot \frac{\cos(\delta_c - \varphi)}{\cos \delta_c}, \tag{20}$$

$$\cos 2\alpha l = \frac{a}{R} \cdot \frac{\sin(\delta_c - \varphi)}{\sin \delta_c}, \tag{21}$$

$$R = \frac{|Z_c|}{\operatorname{sh} 2\beta l \cos \delta_c + \sin 2\alpha l \sin \delta_c}. \tag{22}$$

Здесь

$$\delta_c = \arg Z'_c.$$

Первые два уравнения позволяют определить постоянную затухания (β) и коэффициент фазы (α) линии с образцом. Последнее уравнение (22) позволяет проконтролировать правильность вычислений.

---

* См. Приложение 3.

После того как найдены Z_c' и $\gamma' = \frac{\alpha}{\alpha_0} - i\frac{\beta}{\alpha_0}$, искомые μ и ε определяются по формулам (8).

Заметим, что при измерении образцов с большим затуханием методом холостого хода и короткого замыкания значения Z_x' и $Z_к'$ мало отличаются друг от друга. В этом случае $\operatorname{th}\gamma l$ получается близким к единице и определение αl и βl по (4) и (5) становится неточным. Для повышения точности вычислений целесообразно, определив Z_c' по (2), воспользоваться круговой диаграммой и формулами (20) и (21) для вычисления αl и βl.

С другой стороны, при измерении малых затуханий или в случае, когда $\frac{\mu_2}{\mu_1} \approx \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$, углы δ_c и φ стремятся к нулю, и формула (21) дает большую ошибку. В этом случае целесообразно пользоваться методом холостого хода и короткого замыкания, производя вычисления по формулам (20) и (21) для проверки.

Результаты эксперимента

Изложенный выше метод измерений и обработки результатов мы применили к исследованию на волне около 10 см параметров шайбы из феррита марки О-400, помещенной в постоянное магнитное поле, параллельное (рис. 1) или перпендикулярное оси коаксиальной линии.

Результаты измерения входных сопротивлений при некоторых значениях поля приведены на рис. 2—5 (точки *1*). На основании этих измерений были вычислены нормированные характеристические сопротивления шайбы. Вычисления были сделаны по трем сериям точек: по точкам, соответствующим режимам холостого хода и короткого замыкания (точки *2*) по методу трех реактивных нагрузок, из которых крайние соответствуют холостому ходу и короткому замыканию при $\Delta x = \frac{\lambda}{8}$ (точки *3*); и по тому же методу, но при $\Delta x \neq \frac{\lambda}{8}$ (точки *4*).

Результаты вычислений приведены в таблице:

Результаты измерения параметров шайбы из феррита О-400 толщиной 0,37 см в продольном и поперечном полях *

Параметры	В отсутствие поля	При поперечном поле	При продольном поле		
H, Ое	0	2020	1770	2020	3700
Z_c' по методу холостого хода и короткого замыкания	0,39 ∠ — 42°10′	0,38 ∠ — 0°40′	0,77 ∠ — 53°50′	0,93 ∠ — 55°05′	0,25 ∠ 4°30′
Z_c' по методу трех реактивных нагрузок					
при $\Delta x = \frac{\lambda}{8}$	0,37 ∠ — 58°09′	0,46 ∠ — 0°31′	0,63 ∠ — 63°20′	1,18 ∠ — 55°35′	0,50 ∠ — 1°58′
при $\Delta x \neq \frac{\lambda}{8}$	0,45 ∠ — 42°05′	0,47 ∠ — 3°14′	— —	0,89 ∠ — 55°42′	— —
Δx	2,00	0,20	—	2,00	—
$R_э$	0,33	2,37	0,13	0,14	1,29
$R_в$	0,35	2,72	0,19	0,49	3,54
$\frac{R_в - R_э}{R_э}$	0,06	0,147	0,492	2,50	1,74

* В таблице и на графиках указаны значения внешнего магнитного поля, измеренного при отсутствии шайбы.

Кроме измерений при реактивной нагрузке, были также сделаны непосредственно два измерения величины Z_c' при поле, параллельном оси линии и равном 1770 и 2020 Ое. Для этой цели к исследуемой шайбе прикладывалась со стороны нагрузки вторая шайба толщиной 6 мм. В результате этого отраженная волна полностью затухала, и при перемещении поршня входное сопротивление шайбы не менялось. В таком случае измеренное входное сопротивление можно считать приблизительно равным Z_c' шайбы. Эти значения Z_c' обозначены на рис. 3 и 4 индексом ×. Они лежат вне круговой диаграммы, снятой при реактивном сопротивлении нагрузки, что противоречит теории симметричного четырехполюсника.

Из анализа таблицы следует также, что расхождение между значением радиуса окружности, определенным по круговой диаграмме ($R_э$), и радиусом ($R_в$), вычисленным по формуле (13), значительно больше в случае параллельного поля, чем в случае отсутствия поля или поля, перпендикулярного оси линии. Это также заставляет думать о неприменимости теории симметричной линии или симметричного четырехполюсника к ферритовой шайбе при наличии гиромагнитных эффектов.

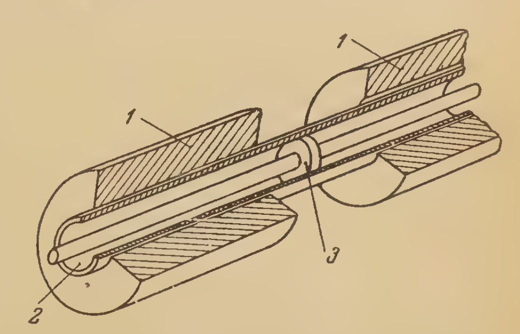


Рис. 1. Коаксиальная линия с образцом и полюсными наконечниками электромагнита при подмагничивании полем, параллельным продольной оси линии: *1* — полюсные наконечники, *2* — коаксиальная линия, *3* — ферритовая шайба

Однако в целом ряде работ [3—5] метод измерений в волноводе — метод холостого хода и короткого замыкания — применяется без исследования применимости этого метода к гиротропным магнетодиэлектрикам.

В случае поля, перпендикулярного оси линии (рис. 5), результаты вычислений, сделанных различными методами, дают лучшее совпадение. Относительная ошибка в определении радиуса $R_в$ не превышает в этом случае 15%; эта величина определяется точностью первичных данных (порядка 1—3%) и увеличением ошибки за счет вычислений.

Ход зависимости характеристического сопротивления и постоянной распространения от поля представлен на рис. 6 и 7.

Об изменении затухания можно судить по изменению радиуса круговой диаграммы — уменьшение радиуса означает уменьшение влияния нагрузки на входное сопротивление, т. е. увеличение затухания. Сравнение круговых диаграмм рис. 2 и 5 показывает, что наложение поперечного поля уменьшает затухание, сравнение диаграмм рис. 2, 3 и 4 показывает, что наложение продольного поля увеличивает затухание. Несогласованность результатов наблюдения с теорией симметричного четырехполюсника в случае продольного подмагничивающего поля вызывает сомнение в осмысленности определения αl, βl и Z_c' для этого случая обычными методами.

Для случая поперечного поля на основании найденных значений Z_c' и γ по формулам (6) и (8) нами был произведен расчет μ и ε при $\lambda = 10{,}26$ см и $\alpha_0 = 0{,}612$. Зависимость μ и ε от поля изображена на рис. 8.

При поле от 0 до 1700 Ое затухание β (рис. 6) меняется приблизительно линейно. Этот участок удобен для работы управляемых аттенюаторов (ослабителей) сантиметровых волн. Когда поле превышает 3000 Ое, $\mu_1 \approx 1$, а μ_2 и ε_2 малы (рис. 8). При этих полях феррит ведет себя как диэлектрик с малыми потерями — тангенс угла потерь получается $\sim 0{,}06 \div 0{,}001$. При поле $1000 \div 2000$ Ое наблюдался разброс точек для ε, так что приведенные в этой области значения ε_2 нельзя рассматривать как достовер-

пыс. Однако во всяком случае в этой области происходит кажущееся увеличение ε_2. Этому соответствует изменение знака фазового угла характеристического сопротивления (рис. 7) при поле около 1700 Ое, указывающее на преобладание диэлектрических потерь над магнитными.

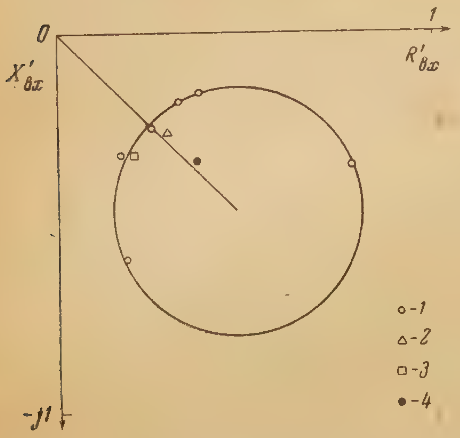


Рис. 2. Круговая диаграмма при отсутствии постоянного магнитного поля: *1* — экспериментально найденные значения входных сопротивлений Z'_c; *2* — Z'_c, вычисленное по методу холостого хода и короткого замыкания; *3* — Z'_c, вычисленное по методу трех реактивных нагрузок при $\Delta x = \frac{\lambda}{8}$; *4* — то же, что и *3*, но при $\Delta x \neq \frac{\lambda}{8}$

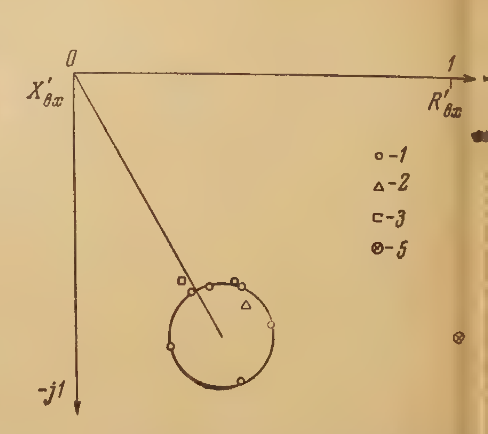


Рис. 3. Круговая диаграмма при постоянном магнитном поле $H = 1770$ Ое, параллельном оси линии; обозначения те же, что на рис. 2; *5* — Z'_c, измеренное непосредственно

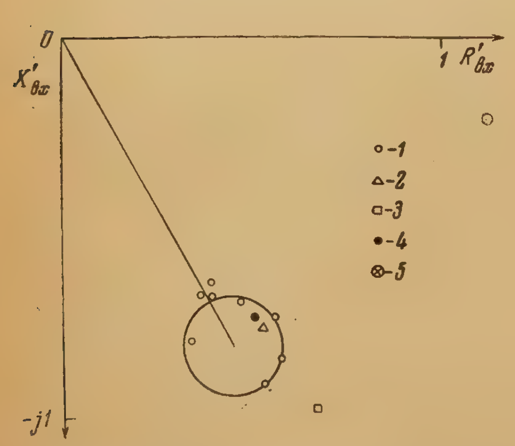


Рис. 4. Круговая диаграмма при поле $H = 2020$ Ое, параллельном оси линии; обозначения те же, что на рис. 2 и 3

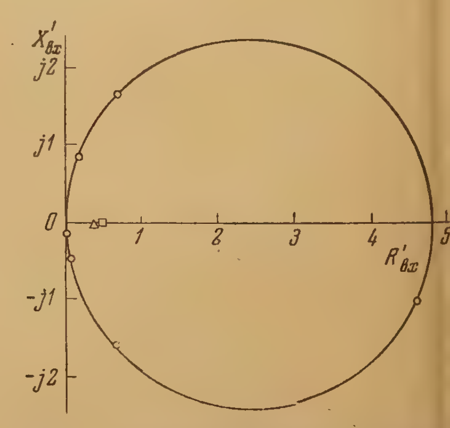


Рис. 5. Круговая диаграмма при поле $H = 2020$ Ое, перпендикулярном оси линии; масштаб в 5 раз меньше, чем на рис. 2—4; обозначения те же, что на рис. 2

Приведенные на рис. 8 значения μ и ε являются некоторыми кажущимися эквивалентными параметрами и не совпадают с проницаемостями самого вещества, так как при наложении поперечного магнитного поля (т. е. поля, перпендикулярного оси линии) значение угла между переменной и постоянной составляющими магнитного поля в различных точках

шайбы различно. Конечно, при этом различны и значения μ в разных точках. Кроме того, в изложенных выше методах принципиально не учитываются гиротропные составляющие проницаемости.

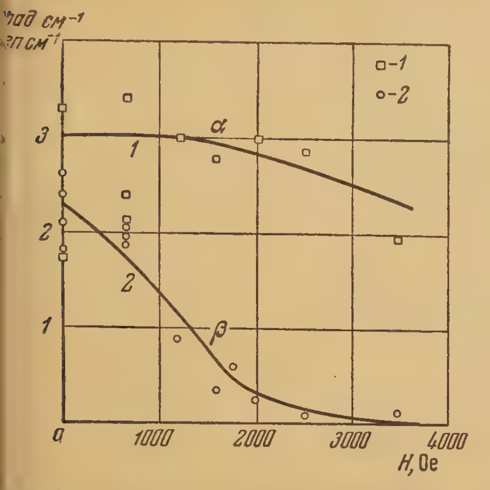


Рис. 6. Зависимость постоянной распространения от магнитного поля, перпендикулярного оси линии: 1 — $\alpha = \mathrm{Im}(\gamma)$; 2 — $\beta = \mathrm{Re}(\gamma)$

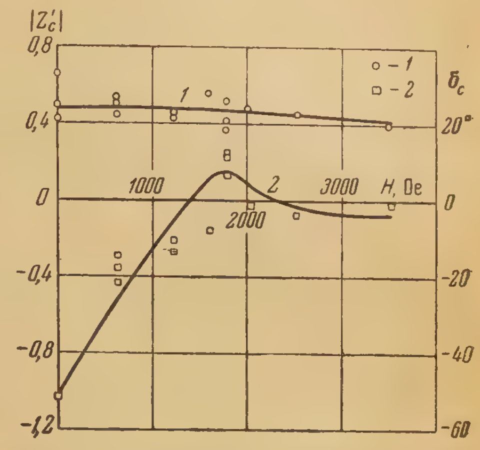


Рис. 7. Зависимость характеристического сопротивления от магнитного поля, перпендикулярного оси линии: 1 — $|Z_c'|$; 2 — $\delta_c = \arg Z_c'$

Найденные значения ε и μ соответствуют эквивалентной однородной шайбе, в которой отсутствуют гиромагнитные эффекты.

В результате такого усреднения возникает кажущаяся зависимость эквивалентной диэлектрической проницаемости от приложенного магнитного поля, тогда как диэлектрическая проницаемость вещества, вероятно, не зависит от подмагничивающего поля.

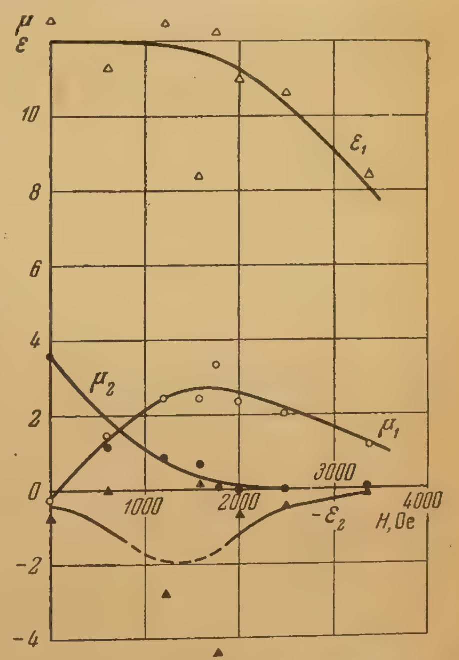


Рис. 8. Зависимость магнитной и диэлектрической проницаемости от магнитного поля, перпендикулярного оси линии

Выводы

Известный метод измерительной линии может быть расширен путем применения к нему круговой диаграммы и замены измерения при двух положениях короткозамыкающего поршня измерением при трех положениях поршня (метод трех реактивных нагрузок). Необходимость согласованности результатов может служить методом проверки применимости теории симметричной линии или симметричного четырехполюсника.

В существовавшей теории измерительной линии такие методы не были разработаны.

Проведенные эксперименты вызывают сомнение в возможности рассматривать участок линии, заполненной магнетодиэлектриком, как участок обычной однородной симметричной линии, если существует продольное постоянное магнитное поле. Объяснение этого эффекта может быть найдено из строгого аналитического решения электродинамической задачи.

При наличии поперечного постоянного магнитного поля участок линии с магнетодиэлектриком сохраняет свойства обычного симметричного четырех-полюсника, однако определяемые в этом случае значения проницаемости не могут отождествляться с проницаемостью вещества, поскольку магнит-ная проницаемость в разных точках шайбы различна (различие угло[в] между напряженностями переменного и постоянного поля).

При отсутствии постоянного подмагничивания метод измерительно[й] линии может быть применен для определения проницаемости магнето-диэлектрика, а расширение метода, изложенное в этой статье, может слу-жить для оценки точности результатов.

Приложение

Уравнения, связывающие параметры окружности с сопротивлениям[и] холостого хода и короткого замыкания

Из уравнений четырехполюсника

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 A + \dot{I}_2 B = \dot{I}_2 (Z_н A + B), \\ \dot{I}_1 &= \dot{U}_2 C + \dot{I}_2 D = \dot{I}_2 (Z_н C + D) \end{aligned}\right\} \quad (1,1)$$

непосредственно получается известное выражение входного сопротивлени[я]

$$Z_{вх} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{AZ_н + B}{CZ_н + D}, \quad (1,2)$$

где $Z_н$ — переменная нагрузка.

После выполнения алгебраического деления и выделения в качеств[е] постоянной величины $\frac{A}{C}$ получаем:

$$Z_{вх} = \frac{A}{C} + \frac{\frac{B}{D} - \frac{A}{C}}{1 + \frac{Z_н}{D/C}}. \quad (1,3)$$

Из (1,1) и (1,2) очевидно, что

$$\frac{A}{C} = Z_х, \quad \frac{B}{D} = Z_к, \quad \frac{D}{C} = Z_{обр.\ х} \quad (1,4)$$

($Z_{обр.\ х}$ — входное сопротивление при питании четырехполюсника с кон[ца] и при разомкнутых зажимах начала).

В условиях рассматриваемой задачи четырехполюсник симметричен:

$$Z_х = Z_{обр.\ х} \quad (1,5)$$

и сопротивление нагрузки чисто реактивное:

$$Z_н = iX_н. \quad (1,$$

В таком случае (1,3) принимает вид:

$$Z_{вх} = Z_х + Z_х \frac{Z_к - Z_х}{Z_х - iX_н}. \quad (1,$$

Пользуясь формулой

$$\frac{1}{1 + i\,\mathrm{tg}\,\psi} = \frac{1}{2}(1 - e^{-i2\psi}) \quad (1,$$

и приводя к соответствующему виду переменную часть второго слагаемого в (1,7), находим:

$$Z_{\text{вх}} = Z_{\text{х}} + Z_{\text{х}} \frac{Z_{\text{к}} - Z_{\text{х}}}{2R_{\text{х}}} (1 + e^{-i2\psi}), \tag{1,9}$$

где

$$\psi = \operatorname{arc\,tg} \frac{X_{\text{н}} + X_{\text{х}}}{R_{\text{х}}}. \tag{1,10}$$

Уравнение (1,9) при переменном ψ выражает окружность. После деления на соответствующую степень Z_{c0} (характеристическое сопротивление линии без заполнения), т. е. после перехода к приведенным значениям, находим радиус окружности:

$$\mathrm{R} = \left| \frac{Z'_{\text{х}} (Z'_{\text{к}} - Z'_{\text{х}})}{2R'_{\text{х}}} \right| = \left| \frac{(Z'_c)^2 - (Z'_{\text{х}})^2}{2R'_{\text{х}}} \right| \tag{1,11}$$

и координаты центра окружности:

$$x_0 + iy_0 = Z'_{\text{х}} + \frac{Z'_{\text{х}} (Z'_{\text{к}} - Z'_{\text{х}})}{2R'_{\text{х}}} = Z'_{\text{х}} + \frac{(Z'_c)^2 - (Z'_{\text{х}})^2}{2R'_{\text{х}}}. \tag{1,12}$$

Приложение 2

Вывод уравнений (14) и (16), выражающих характеристическое сопротивление через три входных сопротивления *

Рассматриваемая система содержит: 1) линию с образцом длиной l, обладающую неизвестным характеристическим сопротивлением Z_c и неизвестной постоянной распространения γ; и 2) нагрузочную линию, включенную вслед за образцом, обладающую известными Z_{c0} и $\gamma_0 = i\alpha_0$ и коротко замыкаемую поршнем на некотором расстоянии x от конца линии с образцом.

Пусть входные сопротивления линии с образцом соответствуют расстояниям от конца образца до места короткого замыкания: $x_0 - \Delta x$, x_0, $x_0 + \Delta x$. Будем предполагать значение x_0 неизвестным, а Δx — точно измеренной величиной.

Нагрузка линии с образцом может быть выражена равенством:

$$Z_{\text{н}} = iZ_{c0} \operatorname{tg} \alpha_0 x. \tag{2,1}$$

В таком случае входное сопротивление (в начале линии с образцом можно представить равенством:

$$Z = Z_c \frac{Z_{c0}\, i \operatorname{tg} \alpha_0 x \operatorname{ch} \Gamma + Z_c \operatorname{sh} \Gamma}{Z_{c0}\, i \operatorname{tg} \alpha_0 x \operatorname{sh} \Gamma + Z_c \operatorname{ch} \Gamma}. \tag{2,2}$$

Переходя к приведенным сопротивлениям (деля все сопротивления на Z_{c0}), находим:

$$Z' = Z'_c \frac{i \operatorname{tg} \alpha_0 x \operatorname{ch} \Gamma + Z'_c \operatorname{sh} \Gamma}{i \operatorname{tg} \alpha_0 x \operatorname{sh} \Gamma + Z'_c \operatorname{ch} \Gamma}, \tag{2,3}$$

или

$$Y' = \frac{\theta\, i \operatorname{tg} \alpha_0 x \operatorname{sh} \Gamma + \operatorname{ch} \Gamma}{i \operatorname{tg} \alpha_0 x \operatorname{ch} \Gamma + \frac{1}{\theta} \operatorname{sh} \Gamma}. \tag{2,4}$$

* Излагаемый вывод предложен В. Ю. Ломоносовым.

Здесь

$$\theta = Y'_c \text{ и } \Gamma = \gamma l. \tag{2,5}$$

Обозначим входные проводимости * при трех разных значениях следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} Y'_1 &= Y'(x_0 - \Delta x) = c - a, \\ Y'_2 &= Y'(x_0) = c, \\ Y'_3 &= Y'(x_0 + \Delta x) = c + b. \end{aligned}\right\} \tag{2,6}$$

Решая (2,4) относительно $\operatorname{tg} \alpha_0 x$ при $x = x_0$, а следовательно, при $Y' = c$, находим:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 x_0 = \frac{\operatorname{ch} \Gamma - \frac{c}{\theta} \operatorname{sh} \Gamma}{ic \operatorname{ch} \Gamma - i\theta \operatorname{sh} \Gamma}. \tag{2,7}$$

Этим уравнением мы воспользуемся для исключения неизвестного x_0.

Представим тангенс суммы формулой:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 (x_0 \pm \Delta x) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_0 x_0 \operatorname{ctg} \alpha_0 \Delta x \pm 1}{\operatorname{ctg} \alpha_0 \Delta x \mp \operatorname{tg} \alpha_0 x_0}. \tag{2,8}$$

Для известной величины котангенса, входящего в эту формулу, введем обозначение:

$$q = i \operatorname{ctg} \alpha_0 \Delta x, \tag{2,9}$$

а значение неизвестного тангенса выразим по (2,7). В таком случае получим

$$\operatorname{tg} \alpha_0 (x_0 \pm \Delta x) = \frac{q\left(\operatorname{ch} \Gamma - \frac{c}{\theta} \operatorname{sh} \Gamma\right) \mp (c \operatorname{ch} \Gamma - \theta \operatorname{sh} \Gamma)}{iq\,(c \operatorname{ch} \Gamma - \theta \operatorname{sh} \Gamma) \mp i\left(\operatorname{ch} \Gamma - \frac{c}{\theta} \operatorname{sh} \Gamma\right)}. \tag{2,10}$$

Полагая в (2,4) $x = x_0 \pm \Delta x$ и пользуясь обозначениями (2,6), находим:

$$\left.\begin{matrix} c + b \\ c - a \end{matrix}\right\} = \frac{i\theta \operatorname{sh} \Gamma \operatorname{tg} \alpha_0 (x \pm \Delta x) + \operatorname{ch} \Gamma}{i \operatorname{ch} \Gamma \operatorname{tg} \alpha_0 (x \pm \Delta x) + \frac{1}{\theta} \operatorname{sh} \Gamma}, \tag{2,11}$$

а после подстановки тангенса согласно (2,10) и перехода к двойным углам **:

$$\left.\begin{matrix} c + b \\ c - a \end{matrix}\right\} = \frac{\pm (\theta^2 - 1) \operatorname{ch} 2\Gamma \pm \left(\frac{c}{\theta} - \theta c\right) \operatorname{sh} 2\Gamma \mp (\theta^2 + 1) + 2qc}{\pm \left(\frac{c}{\theta^2} - c\right) \operatorname{ch} 2\Gamma \pm \left(\theta - \frac{1}{\theta}\right) \operatorname{sh} 2\Gamma \mp \left(c + \frac{c}{\theta^2}\right) + 2q}. \tag{2,12}$$

Два уравнения (2,12) после группировки множителей при гиперболических функциях приводят к следующей системе:

$$\left.\begin{aligned} A_1 \operatorname{ch} 2\Gamma + B_1 \operatorname{sh} 2\Gamma &= D_1, \\ A_2 \operatorname{ch} 2\Gamma + B_2 \operatorname{sh} 2\Gamma &= D_2, \end{aligned}\right\} \tag{2,13}$$

* Здесь всюду предполагается, как обычно, что $Y_i = 1 / Z_i$.

** По формулам $\operatorname{sh} \Gamma \operatorname{ch} \Gamma = \frac{1}{2} \operatorname{sh} 2\Gamma$; $\operatorname{sh}^2 \Gamma = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} 2\Gamma - 1)$; $\operatorname{ch}^2 \Gamma = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} 2\Gamma + 1)$.

при

$$
\left.
\begin{aligned}
A_1 &= (1-\theta^2)\left(1+c\frac{c+b}{\theta^2}\right),\\
B_1 &= -(2c+b)(1-\theta^2)\frac{1}{\theta},\\
D_1 &= -2bq-(1+\theta^2)\left(1-c\frac{c+b}{\theta^2}\right),\\
A_2 &= -(1-\theta^2)\left(1+c\frac{c-a}{\theta^2}\right),\\
B_2 &= (2c-a)(1-\theta^2)\frac{1}{\theta},\\
D_2 &= 2aq+(1+\theta^2)\left(1-c\frac{c-a}{\theta^2}\right).
\end{aligned}
\right\} \tag{2,14}
$$

Определитель системы (2,13):

$$
\Delta = A_1B_2 - A_2B_1 = \frac{(1-\theta^2)^2}{\theta}(a+b)\frac{c^2-\theta^2}{\theta^2}. \tag{2,15}
$$

Вспомогательные определители

$$
\Delta_1 = D_1B_2 - B_1D_2 = \frac{1-\theta^2}{\theta}\left[Rq+(1+\theta)(a+b)\left(1+\frac{c^2}{\theta^2}\right)\right], \tag{2,16}
$$

где

$$
R = 4(ab-bc+ca), \tag{2,17}
$$

и

$$
\Delta_2 = A_1D_2 - A_2D_1 = (1-\theta^2)\left[Qq+2c\frac{(1+\theta^2)(a+b)}{\theta^2}\right], \tag{2,18}
$$

где

$$
Q = 2\left[a-b+c\frac{c(a-b)+2ab}{\theta^2}\right]. \tag{2,19}
$$

Принимая во внимание, что

$$
\mathrm{ch}^2\, 2\Gamma - \mathrm{sh}^2\, 2\Gamma = 1, \tag{2,20}
$$

можем написать, что

$$
\Delta_1^2 - \Delta_2^2 - \Delta^2 = 0 \tag{2,21}
$$

(здесь предполагается, естественно, что $\Delta \neq 0$). Подставим (2,15), (2,16), (2.18) в (2,21) и сократим общий для всех определителей множитель $1-\theta^2$, предполагая, что он не равен нулю:

$$
1-\theta^2 \neq 0 \tag{2,22}
$$

(тем самым из решения исключаются корни $\theta = \pm 1$). В результате, группируя множители при q^n, находим:

$$
q^2u + qv + w = 0 \tag{2,23}
$$

при

$$
u = \frac{4}{\theta^4}(\theta^2-c^2)\left[(bc-ac-2ab)^2-(a-b)^2\theta^2\right], \tag{2,24}
$$

$$
v = \frac{8}{\theta^4}(\theta^2-c^2)(a+b)(1+\theta^2)\,ab, \tag{2,25}
$$

$$
w = \frac{4}{\theta^4}(\theta^2-c^2)(a+b)^2. \tag{2,26}
$$

Сократим общий множитель для u, v, w, предполагая что он не равен нулю, т. е. что

$$\frac{4}{\theta^4}(\theta^2 - c^2) \neq 0. \tag{2,27}$$

Тем самым исключаем из дальнейшего решения корни $\theta \to \infty$ и $\theta = \pm c$.

После указанного сокращения и подстановки u, v, w в (2,23) получаем:

$$q^2 [(bc - ac - 2ab)^2 - (a - b)^2 \theta^2] +$$
$$+ q\, 2ab (a + b)(1 + \theta^2) + (a + b)^2 (\theta^2 - c^2) = 0. \tag{2,28}$$

Решая последнее уравнение относительно θ^2, находим:

$$\theta^2 = \frac{1}{(Z_c')^2} = \frac{(a+b)^2c^2 - 2ab\,(a+b)\,q - (bc - ac - 2ab)^2\, q^2}{(a+b)^2 + 2ab\,(a+b)\,q - (a-b)^2\, q^2}. \tag{2,29}$$

Возвращаясь от обозначений a, b, c, оказавшихся удобными при записи промежуточных выражений, к входным проводимостям или сопротивлениям по уравнениям (2,6), получаем формулы (14) и (16), выводу которых и посвящено это приложение.

Заметим в заключение, что перемещения поршня на $\Delta x = \frac{\lambda_0}{4}$ и $\Delta x = \frac{\lambda_0}{2}$ не пригодны для пользования выведенными расчетными формулами, так как в первом случае совпадают Z_1 и Z_3, а во втором — $Z_1 = Z_2 = Z_3$.

В первом случае формула (2,29) приводит или к неопределенности, так как $q = 0$ и $a = -b$, или к решению $\theta^2 = c^2$, отброшенному по предположению (2,27).

Во втором случае $q \to \infty$, $a = b = 0$, и формула (2,29) также приводит к неопределенности.

Оба результата соответствуют очевидной недостаточности знания всего лишь двух (при $Z_1 = Z_3$) или одного (при $Z_1 = Z_2 = Z_3$) входного сопротивления.

Приложение 3

Определение параметров длинной линии, нагруженной реактивным сопротивлением, по круговой диаграмме

Частный случай

Рассмотрим линию без искажений, у которой характеристическое сопротивление Z_c' — действительное число.

Входное сопротивление линии (см. Приложение 1, формула (1,7))

$$Z_{вх}' = Z_х' + \frac{Z_н' - Z_х'}{1 + i\frac{X_н'}{Z_х'}} \tag{3,1}$$

или

$$Z_{вх}' = Z_c' \operatorname{cth} \gamma l + Z_c' \frac{\operatorname{th} \gamma l - \operatorname{cth} \gamma l}{1 + i\frac{X_н'}{Z_c'} \operatorname{th} \gamma l}. \tag{3,2}$$

Выражение (3,2) является уравнением круговой диаграммы вида:

$$Z_{вх}' = Z_х' + \frac{Z_н' - Z_х'}{1 + if(X_н')}. \tag{3,3}$$

Для дальнейших расчетов потребуется выражение для радиуса круговой диаграммы. Для этого приведем уравнения круговой диаграммы (3,2) к виду:

$$Z'_{вх} = Z'_{x} + \mathbf{R}\,(1 + e^{i2\psi}), \tag{3,4}$$

где ψ — функция $X'_{н}$, а $\mathbf{R}$ — вектор, по модулю равный радиусу окружности.

Чтобы найти удобные выражения для R и ψ, произведем следующие преобразования. Обозначим: $\operatorname{th}\gamma l = te^{i\theta}$. Умножим и разделим второе слагаемое (3,2) на $e^{i\theta}$:

$$Z'_{вх} = Z'_{c}\operatorname{cth}\gamma l + Z'_{c}\frac{t - \frac{1}{t}\,e^{-i2\theta}}{e^{-i\theta} + i\,\frac{X'_{н}t}{Z'_{c}}}\,. \tag{3,5}$$

Произведем в знаменателе подстановку $e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$ и представим последнее равенство в виде:

$$Z'_{вх} = Z'_{c}\operatorname{cth}\gamma l + Z'_{c}\frac{t^{2} - e^{-i2\theta}}{t\cos\theta}\cdot\frac{1}{1 - i\,\frac{\sin\theta - (X'_{н}t\,/\,Z'_{c})}{\cos\theta}}\,. \tag{3,6}$$

Обозначим

$$\left.\begin{aligned} 2\mathbf{R} &= Z'_{c}\,\frac{t^{2} - e^{-i2\theta}}{t\cos\theta}\,, \\ \operatorname{tg}\psi &= \frac{\sin\theta - (X'_{н}t\,/\,Z'_{c})}{\cos\theta}\,. \end{aligned}\right\} \tag{3,7}$$

Подставив (3,7) в (3,6) и заменив $\operatorname{tg}\psi$ по формуле Эйлера:

$$\operatorname{tg}\psi = -\,i\,\frac{e^{i\psi} - e^{-i\psi}}{e^{i\psi} + e^{-i\psi}}\,,$$

получаем выражение вида (3,4):

$$Z'_{вх} = Z'_{c}\operatorname{cth}\gamma l + \mathbf{R}\,(1 + e^{i2\psi}). \tag{3,8}$$

Положение центра окружности определяется суммой векторов:

$$OO_{1} = Z'_{c}\operatorname{cth}\gamma l + \mathbf{R}.$$

Выполнив сложение, получим:

$$OO_{1} = \frac{Z'_{c}\,(|\operatorname{th}\gamma l|^{2} + 1)}{2\operatorname{Re}(\operatorname{th}\gamma l)}\,. \tag{3,9}$$

Из (3,9) следует, что центр окружности лежит на действительной оси. Из (3,2) имеем:

1) при коротком замыкании ($X'_{н} = 0$)

$$Z'_{вх} = Z'_{c}\operatorname{th}\gamma l = Z'_{c}te^{i\theta}\,, \tag{3,10}$$

2) при холостом ходе ($X'_{н} \to \infty$)

$$Z'_{вх} = Z'_{c}\operatorname{cth}\gamma l = Z'_{c}\,\frac{e^{-i\theta}}{t}\,, \tag{3,11}$$

т. е. направления линий $Z_к$ и $Z_х$ симметричны относительно действительной оси (рис. 9).

По известной геометрической теореме для касательной OC и секущей OD имеем:

$$OC^2 = OB \cdot OD = OA \cdot OD.$$

Равенство отрезков OB и OA следует из равенства углов AOO_1 и DOO_1. Отсюда получаем:

$$OC^2 = Z'_c \,|\, \mathrm{th}\, \gamma l \,| \cdot Z'_c \,|\, \mathrm{cth}\, \gamma l \,| = (Z'_c)^2$$

и

$$OC = Z'_c .$$

Для определения постоянной затухания линии раскроем значение $\mathrm{tg}\, \gamma l$ в (3,9) по формулам:

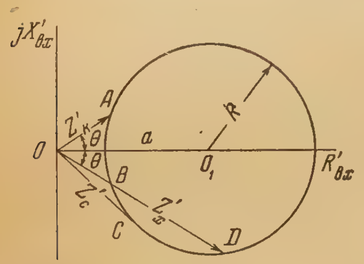


Рис. 9. Круговая диаграмма при активном характеристическом сопротивлении

$$|\,\mathrm{th}\, \gamma l\,|^2 = \frac{\mathrm{sh}^2\, 2\beta l + \sin^2 2\alpha l}{(\mathrm{ch}\, 2\beta l + \cos 2\alpha l)^2} \qquad (3,12)$$

и

$$\mathrm{Re}\,(\mathrm{th}\, \gamma l) = \frac{\mathrm{sh}\, 2\beta l}{\mathrm{ch}\, 2\beta l + \cos 2\alpha l} . \qquad (3,13)$$

Подставим (3,12) и (3,13) в (3,9), обозначив $|OO_1| = a$:

$$a = Z'_c \frac{\dfrac{\mathrm{sh}^2 2\beta l + \sin^2 2\alpha l}{(\mathrm{ch}\, 2\beta l + \cos 2\alpha l)^2} + 1}{\dfrac{2\, \mathrm{sh}\, 2\beta l}{\mathrm{ch}\, 2\beta l + \cos 2\alpha l}} .$$

Отсюда находим, что

$$a = Z'_c\, \mathrm{cth}\, 2\beta l$$

или

$$\mathrm{th}\, 2\beta l = \frac{Z'_c}{a} . \qquad (3,14)$$

Пользуясь соотношениями:

$$\mathrm{sh}\, x = \frac{\mathrm{th}\, x}{\sqrt{1 - \mathrm{th}^2 x}} , \quad \mathrm{ch}\, x = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{th}^2 x}} , \quad (Z'_c)^2 = a^2 - R^2,$$

можно дать другие выражения для βl:

$$\mathrm{sh}\, 2\beta l = \frac{Z'_c}{R} \qquad (3,15)$$

и

$$\mathrm{ch}\, 2\beta l = \frac{a}{R} . \qquad (3,16)$$

Общий случай

Волновое сопротивление линии — комплексное число:

$$Z'_c = |\, Z'_c \,|\, e^{i\delta_c}.$$

При этом условии (3,2) перепишется следующим образом:

$$Z'_{вх} = Z'_c\, \mathrm{cth}\, \gamma l + |\, Z'_c \,|\, e^{i\delta_c} \frac{te^{i\theta} - \dfrac{1}{t} e^{-i\theta}}{1 + i \dfrac{X'_н t}{|\, Z'_c|} e^{-i(\delta_c - \theta)}} . \qquad (3,17)$$

Чтобы привести это выражение к виду (3,4), умножим и разделим второе слагаемое на $e^{i(\delta_c-\theta)}$:

$$Z'_{\text{вх}} = Z'_c \operatorname{cth} \gamma l + |Z'_c| e^{i2\delta_c} \frac{t - \frac{1}{t} e^{-i2\theta}}{e^{i(\delta_c-\theta)} + i\frac{X_{\text{н}} t}{|Z'_c|}}.$$

Заменим в знаменателе:

$$e^{i(\delta_c-\theta)} = \cos(\delta_c - \theta) + i \sin(\delta_c - \theta)$$

и преобразуем

$$Z'_{\text{вх}} = Z'_c \operatorname{cth} \gamma l + |Z'_c| e^{i2\delta_c} \frac{t^2 - e^{-i2\theta}}{t\cos(\theta - \delta_c)} \times$$

$$\times \frac{1}{1 - i\dfrac{\sin(\theta-\delta_c) - (X'_{\text{н}} t / |Z'_c|)}{\cos(\theta-\delta_c)}}. \quad (3,18)$$

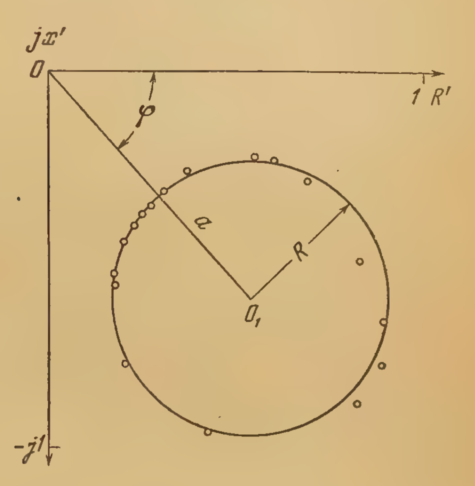


Рис. 10. Круговая диаграмма при комплексном характеристическом сопротивлении

Обозначим:

$$2\,\mathbf{R} = |Z'_c| e^{i2\delta_c} \frac{t^2 - e^{-i2\theta}}{t\cos(\theta - \delta_c)}, \quad (3,19)$$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\sin(\theta-\delta_c) - (X'_{\text{н}} t / |Z'_c|)}{\cos(\theta-\delta_c)}. \quad (3,20)$$

Подставив (3,19) и (3,20) в (3,18) и проделав точно такие же преобразования, как и в описанном выше частном случае, получим:

$$Z'_{\text{вх}} = Z'_c \operatorname{cth} \gamma l + \mathbf{R}(1 + e^{i2\psi}),$$

где теперь $\overline{R}$ и ψ определяются из (3,19) и (3,20).

Найдем радиус-вектор, определяющий положение центра окружности (рис. 10):

$$\mathbf{OO_1} = Z'_c \operatorname{cth} \gamma l + \mathbf{R} = \frac{|Z'_c|(t^2 e^{i2\delta_c} + 1)}{2t\cos(\theta-\delta_c)}. \quad (3,21)$$

Приравняв $\mathbf{OO_1} = ae^{i\varphi}$, получим окончательно:

$$ae^{i\varphi} = \frac{|Z'_c|(t^2 e^{i2\delta_c} + 1)}{2t\cos(\theta-\delta_c)}. \quad (3,22)$$

Приравнивая действительные и мнимые части (3,22), получим два уравнения, которые вместе с выражением для модуля R дают три уравнения для четырех неизвестных Z_c, t, δ_c, θ:

$$R = |Z_c'| \frac{\sqrt{t^4 - 2t^2 \cos 2\theta + 1}}{2t\cos(\theta - \delta_c)}, \qquad (3,23)$$

$$a\cos\varphi = |Z_c'| \frac{t^2\cos 2\delta_c + 1}{2t\cos(\theta - \delta_c)}, \qquad (3,24)$$

$$a\sin\varphi = |Z_c'| \cdot \frac{t^2 \sin 2\delta_c}{2t\cos(\theta - \delta_c)}. \qquad (3,25)$$

Если Z_c известно из другого опыта, то эта система позволяет определить β и α.

Решение системы уравнений (3,23)—(3,25). Воспользуемся зависимостями:

$$t^2 = \frac{\operatorname{ch} 2\beta l - \cos 2\alpha l}{\operatorname{ch} 2\beta l + \cos 2\alpha l}, \qquad (3,26)$$

$$t\cos\theta = \operatorname{Re}(\operatorname{th}\gamma l) = \frac{\operatorname{sh} 2\beta l}{\operatorname{ch} 2\beta l + \cos 2\alpha l}, \qquad (3,27)$$

$$t\sin\theta = \operatorname{Im}(\operatorname{th}\gamma l) = \frac{\sin 2\alpha l}{\operatorname{ch} 2\beta l + \cos 2\alpha l}. \qquad (3,28)$$

Подставив (3,26)—(3,28) в (3,23), получим:

$$R = \frac{|Z_c'|}{\operatorname{sh} 2\beta l\cos\delta_c + \sin 2\alpha l \sin\delta_c} \qquad (3,29)$$

при $\delta_c = 0$ $\operatorname{sh} 2\beta l = \frac{Z_c'}{R}$, что совпадает с (3,15). Преобразование (3,24) дает:

$$2a\cos\varphi = |Z_c'| \frac{2\operatorname{ch} 2\beta l\cos^2\delta_c + 2\cos 2\alpha l \sin^2\delta_c}{\operatorname{sh} 2\beta l\cos\delta_c + \sin 2\alpha l\sin\delta_c}. \qquad (3,30)$$

Из (3,25) находим, что

$$2a\sin\varphi = |Z_c'| \frac{(\operatorname{ch} 2\beta l - \cos^2\alpha l)\sin 2\delta_c}{\operatorname{sh} 2\beta l\cos\delta_c + \sin 2\alpha l\sin\delta_c}. \qquad (3,31)$$

Подставим (3,29) в (3,30) и (3,31):

$$a\cos\varphi = R(\operatorname{ch} 2\beta l\cos^2\delta_c + \cos 2\alpha l\sin^2\delta_c), \qquad (3,32)$$

$$a\sin\varphi = R(\operatorname{ch} 2\beta l\cos\delta_c\sin\delta_c - \cos 2\alpha l\cos\delta_c\sin\delta_c). \qquad (3,33)$$

При $\varphi = \delta_c = 0$ из (3,32) получаем:

$$\operatorname{ch} 2\beta l = \frac{a}{R},$$

что совпадает с (3,16). Из (3,32) имеем:

$$a\cos\varphi = R(\operatorname{ch} 2\beta l - \cos 2\alpha l)\cos^2\delta_c + R\cos 2\alpha l. \qquad (3,34)$$

Умножим (3,33) на $\operatorname{ctg}\delta_c$ и вычтем из него (3,34):

$$a\sin\varphi\operatorname{ctg}\delta_c - a\cos\varphi = -R\cos 2\alpha l.$$

Отсюда:

$$\cos 2\alpha l = \frac{a}{R}\cdot\frac{\sin(\delta_c-\varphi)}{\sin\delta_c}. \qquad (3,35)$$

Далее, запишем (3,32) в таком виде:

$$a\cos\varphi = R\left[\operatorname{ch}2\beta l - (\operatorname{ch}2\beta l - \cos 2\alpha l)\sin^2\delta_c\right]. \qquad (3,36)$$

Умножим (3,33) на $\operatorname{tg}\delta_c$ и сложим с (3,36):

$$a\sin\varphi\operatorname{tg}\delta_c + a\cos\varphi = R\operatorname{ch}2\beta l.$$

Отсюда найдем

$$\operatorname{ch}2\beta l = \frac{a}{R}\cdot\frac{\cos(\delta_c-\varphi)}{\cos\delta_c}. \qquad (3,37)$$

Формулы (3,35) и (3,37) позволяют определить постоянную распространения по круговой диаграмме и аргументу комплексного характеристического сопротивления.

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Получена редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. «Измерения на сверхвысоких частотах». Пер. под ред. В. Б. Штейншлейгера.— Изд. «Советское радио», М., 1952.
2. Birks J. B., Proc. Phys. Soc., 60, 282 (1948). [Русский перевод—в сборнике «Ферромагнитный резонанс», под ред. С. В. Вонсовского, стр. 229.—ИЛ, М., 1952.]
3. Hewitt W. H., Phys. Rev., 73, 1118 (1948). [Русский перевод—в сборнике «Ферромагнитный резонанс», стр. 137.]
4. Welch A. J., Nicks P. F., Fairweather A. a. Roberts F. F., Phys. Phus. Rev., 77, 403 (1950). Русский перевод—в сборнике «Ферромагнитный резонанс», стр. 154.]
5. Лазукин В. Н., Изв. АН СССР, Серия физич., 16, *4*, 510 (1952).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 — СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ — 1954

А. П. КОМАР и В. В. КЛЮШИН

ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ ФЕРРИТОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Постановка работы

Известно, что ферромагнитные превращения в чистых металлах являются превращениями второго рода, однако уже в сплавах металлов возможны случаи, когда появление ферромагнитных свойств связано с превращениями первого рода.

Ферромагнитные превращения сопровождаются аномалиями термических, гальваномагнитных и других физических свойств ферромагнетиков. Исследование некоторых аномалий проведено и на новых ферромагнитных материалах—ферритах. В ферритах наблюдается, например, аномалия теплоемкости [1], а также коэффициента линейного расширения [2]. Аномалии этих величин указывают на то, что в ферритах ферромагнитные превращения являются, повидимому, превращениями второго рода. В металлических ферромагнетиках при точке Кюри наблюдается также резкое изменение зависимости электросопротивления от температуры. Обнаружение аналогичного явления для случая ферритов, являющихся полупроводниками, представляло бы несомненный интерес. Зависимость электросопротивления ферритов от температуры описывается формулой типа $R = Ae^{\Delta E/kT}$ [3], где величины A и E мало меняются в узком диапазоне температур, в котором производятся измерения. В области точки Кюри возможно резкое изменение этих величин, связанное с исчезновением самопроизвольной намагниченности. Такая возможность не исключена потому, что ближний порядок металлических ионов различной валентности меняется при переходе области Кюри.

Задачей настоящей работы является определение зависимости электросопротивления ферритов от температуры в области температур феромагнитного превращения. Данные о характере этой зависимости могут оказаться полезными для суждения о типе ферромагнитных превращений и о механизме возникновения самопроизвольной намагниченности в ферритах.

Методика измерений

Исследовались никелевые, медные и магниевые ферриты с молярным составом окислов в процентах соответственно: 50 : 50, 50 : 50, 45 : 55. Исследовались также смешанные никель-цинковые ферриты различного состава. Образцы имели форму цилиндрических стержней длиной до 50 мм и ф 8 мм.

Зависимость электросопротивления от температуры измерялась компенсационным методом с применением зондов. Контакты наносились вжиганием серебра при температуре 850° С. Температурная область измерений простых ферритов 300 ÷ 1000° К, а измерений никель-цинковых ферритов 200 ÷ 500° К.

Во избежание затушевывания истинной зависимости электросопротивления от температуры магнетокалорическим эффектом и различного рода неравновесными процессами в ферритах образцы ферритов медленно охлаждались с использованием ступенчатого отжига. Измерение электросопро-

ивления при каждой фиксированной температуре призводилось после становления теплового равновесия образца со средой. Такой метод обеспечил совпадение кривых температурного хода электросопротивления, олученных как при нагреве, так и при охлаждении.

Для измерений при температурах ниже 0° С была собрана специальная становка.

Основная ошибка измерений была обусловлена колебаниями температуры. Температура при измерениях электросопротивления простых ферритов поддерживалась с точностью до 1°, температура смешанных ферритов — до 0,2°. тносительная ошибка измерений не превышала 7%.

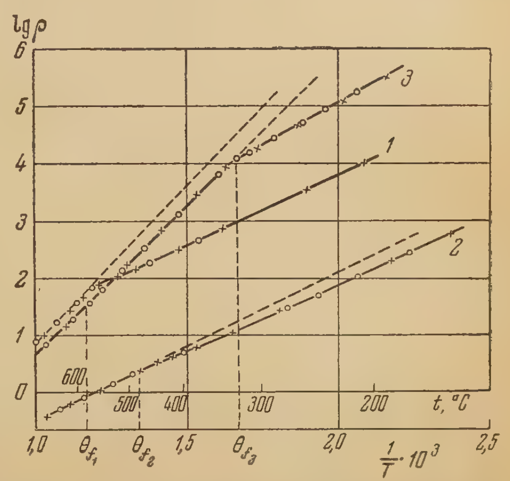


Рис. 1. Зависимость электросопротивления ферритов от температуры: *1* — никелевого, *2* — медного, *3* — магниевого

Данные о точках Кюри простых ферритов брались из литературы [3—4]. Точки Кюри никель-цинковых ферритов пределялись опытным путем.

Результаты измерений

Исследование температурой зависимости электросопротивления ферритов показало, то в области точки Кюри наблюдается излом прямолинейного хода $\lg \rho = f(1/T)$ и что выше точки Кюри для ферритов справедлив характерный для олупроводников закон $R = Ae^{\Delta E/kT}$.

Для никелевого феррита (рис. 1) такой излом наблюдается при $t = 595 \pm 5°$ С. По литературным данным точка Кюри никелевого феррита $\theta_f = 590°$ С. Для медного феррита излом наблюдается при $t = 480 \pm 5°$ С ($\theta_f = 480°$С) и для магниевого феррита — при $t = 335 \pm 5°$ С ($\theta_f = 315°$ С). Точка Кюри магниевого феррита, полученная из измерений электросопротивления, меньше, чем по литературным данным, вследствие отступления от стехиометрического состава.

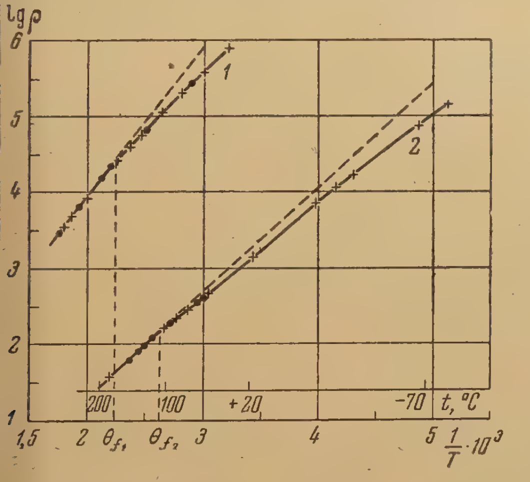


Рис. 2. Зависимость электросопротивления никель-цинковых ферритов от температуры: *1* — образец с точкой Кюри 170° С; *2* — образец с точкой Кюри 105° С

Изменение температурной зависимости электросопротивления в области точки Кюри наблюдается и для никель-цинковых ферритов. На рис. 2 приведены результаты для образцов этого феррита с точками Кюри 100 и 170°С. Для получения достаточно надежных результатов измерения электросопротивления никель-цинковых ферритов были продолжены в область температур ниже 0° С. Необходимо отметить малую величину эффекта для никель-цинковых ферритов. Поэтому естественно, что при недостаточно точных изме-

рениях [3] не было замечено наличия аномалии электросопротивления, однако был дан правильный закон зависимости от температуры. Таким образом установлено, что температурный ход электросопротивления исследованных нами ферритов меняется в области точки Кюри.

Прежде чем связывать это изменение с появлением областей самопроизвольной намагниченности, необходимо было убедиться, что полученный результат не является простым следствием самопроизвольной магнитострикции. С целью проверки влияния стрикции зависимость $\rho=f(T)$ измерялась для образцов никелевого феррита различной формы. Температурная зависимость электросопротивления различных по форме образцов оказалась одинаковой. Влияние стрикционного изменения размеров образца было оценено при помощи простых расчетов для никелевого феррита, так как никелевый феррит имеет значительную объемную стрикцию. Для расчетов взята стрикция при 20° С; при этой температуре $\Delta l/l=-1{,}28\cdot 10^{-3}$ [2]. Результаты расчета показали, что стрикционное изменение размеров образца дает изменение электросопротивления на величину, не превышающую 1%, в то время как на опыте наблюдается аномальное изменение электросопротивления ниже точки Кюри на порядок величины.

Обсуждение результатов эксперимента

Заметное изменение температурного хода электросопротивления при переходе через область вблизи точки Кюри указывает на изменение условий появления электронов проводимости и условий их дальнейшего существования. В самом деле, уменьшение значения энергии в показателе экспоненты в законе $Ae^{\Delta E/kT}$ указывает на облегчение условий появления электронов проводимости; увеличение множителя A перед экспонентой связано только с изменением порядка металлических ионов различной природы и валентности в решетке ферритов. Это изменение порядка может выражаться в изменении степени обращенности структуры ферритов или валентности ионов, расположенных в различных узлах решетки.

Окончательное решение вопроса возможно только после рентгенографических исследований.

Выводы

1. При исследовании температурного хода электросопротивления ферритов выше и ниже точки Кюри выяснилось, что как выше, так и ниже этой точки выполняется закон $R=Ae^{\Delta E/kT}$, что не согласуется с данными Бошироля [5] и находится в соответствии с результатами Г. А. Смоленского, полученными для никель-цинковых ферритов [3].

2. Выяснилось также, что величины A и E изменяются в области точки Кюри.

В заключение авторы выражают благодарность Н. М. Рейнову за помощь в работе.

Физико-технический институт
Академии наук СССР

Получена редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Bochirol L., C. R., **232**, 1474 (1951).
2. Weil L., C. R., **231**, 122 (1950).
3. Смоленский Г. А., Изв. АН СССР, Серия физич., **16**, 728 (1952).
4. Michel A., Chaudron G. et Benard J., Journ. phys. et rad., **12**, 18[…] (1951).
5. Bochirol L., C. R., **233**, 736 (1951).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

А. П. КОМАР и В. В. КЛЮШИН

ЭФФЕКТ ГОЛЬДГАММЕРА—ТОМСОНА В ФЕРРИТАХ

У ферромагнитных металлов и некоторых сплавов изменение электро- сопротивления, или так называемый эффект Гольдгаммера—Томсона, з продольном и поперечном полях при техническом намагничивании имеет разные знаки. В области парапроцесса электросопротивление ферромаг- нетика всегда уменьшается. Для большинства ферромагнетиков установле- на квадратичная зависимость эффекта Гольдгаммера—Томсона от намаг- ниченности. В настоящей работе мы поставили себе целью исследовать эффект Гольдгаммера—Томсона в ферритах и установить, имеется ли связь между изменением электросопротивления в магнитном поле и намагниченностью.

Методика измерений

Исследовались образцы никелевых, медных и никель-цинковых ферри- тов в форме цилиндрических стержней длиной 20 ÷ 50 мм и ϕ 8 мм. Измере- ние электросопротивления проводилось компенсационным методом при по- мощи зондов. Магнитное поле изменялось от 0 до 10 000 Ое. Ошибка из- мерений в области полей 200 ÷ 400 Ое не превышала 15—10%. В более силь- ных полях ошибка измерений была 8—5%.

Кроме эффекта Гольдгаммера—Томсона, на тех же образцах изме- рялась намагниченность ферритов на участке образца между зондами. Для измерения намагниченности применялся баллистический метод.

Результаты измерений

Результаты исследования для никелевого феррита, представленные на рис. 1, показали, что в этом феррите продольный и поперечный эффекты имеют одинаковый отрицательный знак. Аналогичные результаты полу- чены для медного и никель-цинковых ферритов.

Таким образом, для ферритов не выполняется второе правило четных эффектов Акулова, согласно которому продольный и поперечный эффекты имеют в области технического намагничивания разные знаки и связаны соотношением $\frac{\Delta\rho_\perp}{\rho} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta\rho_\parallel}{\rho}$. Одинаковый знак продольного и попереч- ного эффектов для сплавов найден ранее А. П. Комаром и И. И. Портняги- ным [1]. Подобные результаты на сплаве хром-теллур были получены также И. Г. Факидовым, Н. П. Гражданкиной и А. К. Кикоиным [2]. Объ- яснение их результатов дано С. В. Вонсовским [3] на основе учета членов более высокого порядка в законе анизотропии Акулова.

В общем случае отступления от второго правила четных эффектов возможны:

1) при наличии объемных эффектов; в этом случае в выражении для чет- ных эффектов Акулова

$$\frac{\Delta a}{a} = K_1 \sum_{i=1,2,3} s_i^2 g_i^2 + K_2 \sum_{i\neq j} s_i s_j g_i g_j + K_3 \sum_{i\neq j} s_i^2 s_j^2 + \dots,$$

как уже говорилось, нужно учитывать не только квадратичные члены, но и члены более высокого порядка четных степеней; при этом третья константа анизотропии K_3 отлична от нуля;

2) при наличии значительной роли парапроцесса;

3) при наличии текстуры образца.

В исследованных образцах текстура отсутствовала. Для выяснения того, какая из первых двух причин является основной в факте отступления от второго правила четных эффектов Акулова, мы исследовали зависимость указанного гальваномагнитного эффекта от температуры. На рис. 1 дано сравнение результатов измерений $\frac{\Delta\rho}{\rho} = f(H)$ у никелевого феррита для температур 20 и 140° С. С повышением температуры абсолютная величина как продольного, так и поперечного эффектов уменьшается.

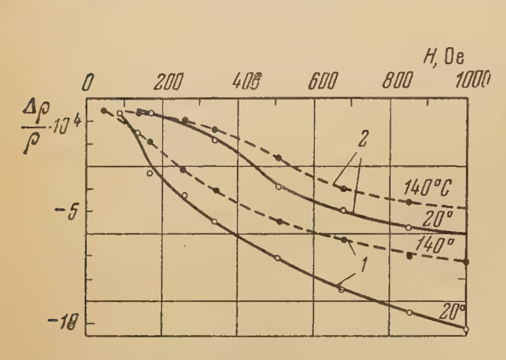


Рис. 1. Зависимость электросопротивления никелевого феррита от напряженности магнитного поля и температуры: продольное поле (кривая *1*) и поперечное поле (кривая *2*)

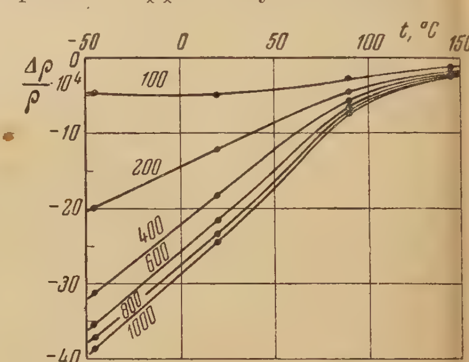
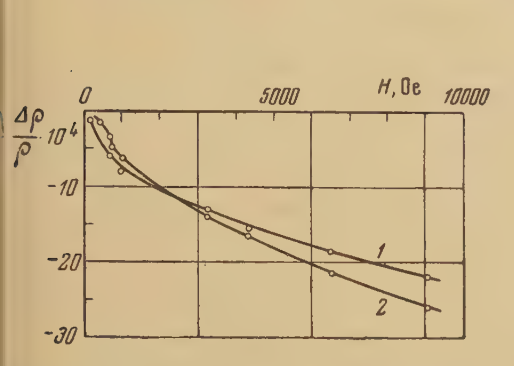


Рис. 2. Зависимость гальваномагнитного эффекта в никель-цинковом феррите от температуры ($\theta_f = 150°$ С)

Для никель-цинкового феррита измерения были проведены при различных температурах до точки Кюри ($\theta_f = 150°$С). Результаты исследования зависимости $\frac{\Delta\rho}{\rho} = f(t)$ (рис. 2) показывают, что величина эффекта вблизи точки Кюри незначительна. В ферритах не наблюдается максимума $\Delta\rho/\rho$, который обнаруживается в инварных сплавах, исследованных К. П. Беловым [4]. Это свидетельствует о том, что парапроцесс не играет существенной роли. Максимум четного эффекта в инварных сплавах наблюдался Беловым вследствие большого парапроцесса, которым и объяснялось отступление для этих сплавов от второго правила четных эффектов. Поскольку роль парапроцесса в ферритах незначительна, а самопроизвольная объемная магнитострикция имеет заметную величину [5], можно сделать вывод, что главной причиной отступления от второго правила четных эффектов в ферритах является наличие этой стрикции. В законе анизотропии Акулова как раз объемная магнитострикция и обусловливает значение $K_3 \neq 0$.

Наряду с измерением гальваномагнитного эффекта, у тех же образцов снималась основная кривая намагничивания с целью изучения характера связи между эффектом Гольдгаммера—Томсона и намагниченностью. Существование такой связи можно считать доказанным наличием отрицательного знака у эффекта Гольдгаммера—Томсона, характерного для ферромагнетиков (рис. 1), а также явления насыщения величины эффекта с увеличением магнитного поля (рис. 2). В области технического намагничивания $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ сложным образом зависит от намагниченности, не укладываясь в закон пропорциональности I^2 или I^4.

С увеличением приложенного магнитного поля до 10 000 Ое сохраяется отрицательный знак продольного и поперечного эффектов у всех ісследованных ферритов. У никелевого феррита величина $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ с увеличением агнитного поля приближается к насыщению (рис. 3). В сильных магитных полях зависимость гальваномагнитного эффекта от намагниченюсти приближается к квадратичной (рис. 4).



ис. 3. Зависимость электросопротивления икелевого феррита от напряженности агнитного поля при намагничивании в ильном поле: продольное поле (кривая *1*) и поперечное поле (кривая *2*)

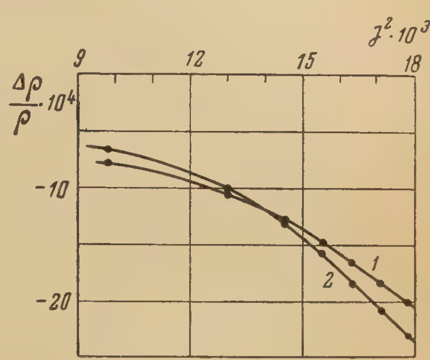


Рис. 4. Зависимость гальваномагнитного эффекта никелевого феррита от намагниченности: *1*— продольный эффект, *2* — поперечный эффект

Выводы

1. В ферритах продольный и поперечный эффекты Гольдгаммера— Томсона имеют одинаковый отрицательный знак.

2. Отступление от второго правила четных эффектов Акулова в ферритах обусловлено, вследствие малой роли парапроцесса, главным образом объемным магнитострикционным эффектом.

3. Гальваномагнитный эффект имеет сложную зависимость от величины технической намагниченности.

Физико-технический институт
Академии наук СССР

Получена редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Комар А. П. и Портнягин И. И., ДАН СССР, 60, 569 (1948).
2. Факидов И. Г., Гражданкина Н. П. и Кикоин А. К., ДАН СССР, 68, 491 (1949).
3. Вонсовский С. В., ЖТФ, 18, 145 (1948).
4. Белов К. П., ДАН СССР, 71, 261 (1950).
5. Weil Z., C. R., 231, 122 (1950).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1945

А. П. КОМАР, Н. М. РЕЙНОВ и С. С. ШАЛЫТ

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ САМОПРОИЗВОЛЬНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ НЕКОТОРЫХ ФЕРРИТОВ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

В настоящее время большое внимание привлекает к себе исследование физических свойств особого класса ферромагнитных полупроводников — ферритов.

Мы поставили своей задачей экспериментально определить температурную зависимость самопроизвольной намагниченности ферритов в области низких температур, т. е. в той температурной области, где резче всего выявляется полупроводниковая природа этих ферромагнитных материалов.

Теоретическое исследование этого вопроса было проведено С. В. Вонсовским и Е. Н. Агафоновой [1]. Рассмотренная ими полярная модель ферромагнитного полупроводника с учетом экситонов приводит к зависимости самопроизвольной намагниченности от температуры в области около 0° К вида:

$$J = J_0\left[(1 - \alpha T^{3/2}) - \alpha' T^{3/2} e^{-\frac{\gamma}{kT}} + e^{-\frac{\Delta E}{kT}} (1 - \alpha'' T^{3/2})\right],$$

где первый член представляет собой обычную зависимость для обменной модели, второй — поправку, обусловленную примесью полярных состояний, а третий связан с учетом экситонов (ΔE — энергия возбуждения экситона).

Таким образом, согласно этой теории, если в полупроводниковом ферромагнетике магнитный момент в заметной мере обусловливается возбужденными состояниями — экситонами, то в области достаточно низких температур кривые $J(T)$ у таких материалов должны резко отличаться от аналогичных кривых для обычных металлических ферромагнетиков, а именно, такие ферромагнетики должны иметь две точки Кюри: одну, обычную,— при высоких и другую — при низких температурах.

Экспериментальные исследования магнитных свойств весьма широкого класса простых и смешанных ферритов, проведенные Потене [2] в температурной области от 20° К до точки Кюри, не обнаружили аномалий, которые можно было бы объяснить появлением намагниченности, обусловленной экситонами.

В связи с этим представляло интерес продолжить экспериментальные исследования самопроизвольной намагниченности в область возможно более низких температур.

Экспериментальная методика

Магнитный момент исследуемого образца феррита в форме эллипсоида (a=12 мм, b=5 мм) мы измеряли баллистическим методом. Для этой цели непосредственно на полюсах электромагнита укреплялись две пары плоских коаксиальных катушек (r_1 = 50 мм, r_2 = 120 мм) с обмотками (n_1 = 400 витков, n_2 = 160 витков), включенными навстречу друг другу для компенсации случайных колебаний тока, питающего электромагнит.

Держатель с исследуемым образцом находился в стеклянном дьюаре, вставленном в другой дьюар большего размера (рис. 1). Во внутренний

дьюар заливались поочередно жидкие азот, водород или гелий. Во внешний дьюар заливался жидкий азот в том случае, когда во внутреннем находился жидкий гелий. Температура образца определялась родом жидкости и упругостью насыщенных паров над ней. Для создания температур выше комнатных между полюсами электромагнита вместо дьюаров помещалась электрическая печь. Для того чтобы время выдергивания образца из системы баллистических катушек было постоянно и мало по сравнению с периодом гальванометра, применялось специальное механическое устройство, которое также можно видеть на рис. 1. Держатель образца из немагнитного материала заканчивался на верхнем конце зубчатой рейкой. При помощи вращающейся шестеренки, укрепленной в капке прибора, держатель с образцом можно опускать в центр системы коаксиальных катушек, сжимая при этом надетую на него спиральную пружину. При смещении защелки, удерживающей держатель с образцом во «взведенном» положении, пружина быстро выталкивает образец из системы индукционных катушек, причем время этой операции остается постоянным при каждом измерении магнитного момента в пределах необходимой точности.

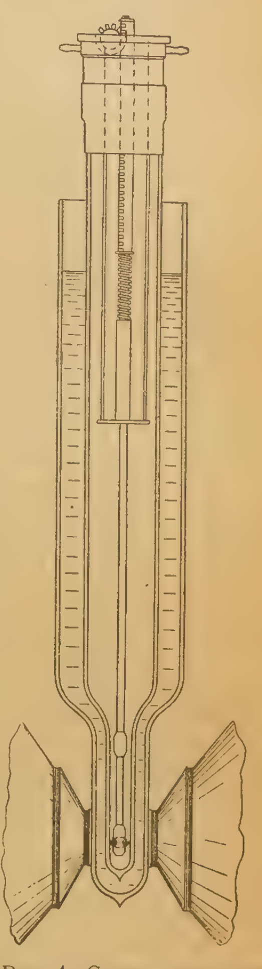


Рис. 1. Схема установки для измерения магнитных моментов

Калибровка магнитного поля в центре системы катушек производилась баллистическим методом при помощи специальной индукционной катушки с известной суммарной площадью витков и эталонного соленоида.

Для учета эффекта магнитного отражения в железных полюсах определялась зависимость чувствительности баллистической системы от напряженности магнитного поля. Для этой цели в держателе вместо исследуемого образца можно укреплять проволочную катушку с известной суммарной площадью витков, имеющую геометрические размеры образца. При пропускании через эту катушку тока известной величины получался эталон магнитного момента, не зависящий от внешнего магнитного поля. При помощи такого эталона производилась также калибровка баллистической системы коаксиальных катушек для определения абсолютной величины магнитного момента исследуемого образца.

Результаты

На рис. 2 представлены экспериментальные кривые намагничивания образца никель-цинкового феррита состава: Fe_2O_3-0,6 NiO-0,4 ZnO, при различных температурах. После изготовления образец отжигался при $t = 1350°C$ и медленно охлаждался до комнатной температуры в течение 6 час. Как видно из приведенных кривых, насыщение достигалось при напряженности внешнего магнитного поля $H_e = 3000 \div 5000$ Oe (намагниченность исследуемого образца отложена по оси ординат в произвольных единицах).

На рис. 3 приведена результирующая кривая температурной зависимости намагниченности насыщения никель-цинкового феррита в области температур от точки Кюри до 1,3°K. По оси абсцисс отложена приведенная температура, т. е. отношение абсолютной температуры образца к темпера-

туре точки Кюри. Последняя взята из экспериментальных данных работы Потене [2].

Для исследованного нами никель-цинкового феррита точка Кюри $T = 618°K$. По оси ординат рис. 3 отложены отношения намагниченности насыщения при данной температуре к намагниченности насыщения при

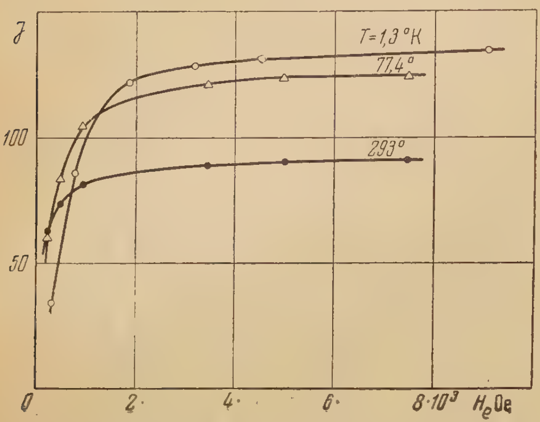


Рис. 2. Кривые намагничивания феррита Fe_2O-0,6 NiO--0,4ZnO при различных температурах

0° K; последняя определялась экстраполяцией полученных кривых к абсолютному нулю. Кривая в верхней части рисунка представляет собой зависимость намагниченности насыщения от абсолютной температуры вблизи 0° K.

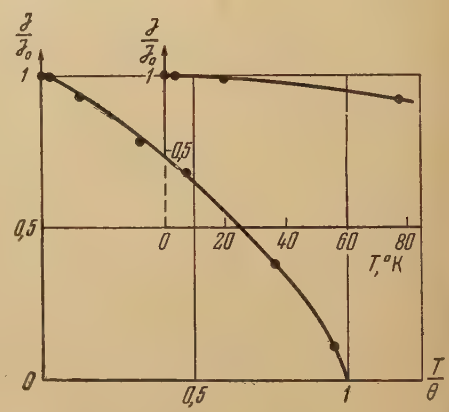


Рис. 3. Кривая температурной зависимости намагниченности насыщения того же, что на рис. 1, феррита в области температур от точки Кюри (618° K) до 1,3° K. Вверху дана зависимость намагниченности насыщения от абсолютной температуры вблизи 0° K

Полученные нами для никель-цинкового феррита с малым содержанием никеля (Fe_2O-0,1NiO-0,9ZnO) предварительные результаты показывают, что намагниченность насыщения и для этого феррита также монотонно растет с понижением температуры до 1,3° K.

Заключение

Результаты настоящего исследования показывают, что температурная зависимость самопроизвольной намагниченности никель-цинковых ферритов во всей температурной области от точки Кюри до 1,3° K имеет нормальный вид, не обнаруживая уменьшения намагниченности насыщения при понижении температуры.

Физико-технический институт
Академии наук СССР

Получена редакцией
3. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Вонсовский С. В. и Агафонова Е. Н., в «Сборнике, посвященном 70-летию акад. А. Ф. Иоффе», стр. 92.— Изд. АН СССР, М.—Л., 1950.
2. Pauthenet R., Ann. de Phys., 7, 710 (1952).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР
. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

А. Л. ФРУМКИН и С. Д. ХОЛОДНЫЙ

ІЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НИКЕЛЬ-ЦИНКОВЫХ ФЕРРИТОВ

Величина электрического сопротивления и его температурная зависи-
кость являются важными характеристиками ферритов. Электрическсе
опротивление связано с остальными свойствами ферритов. На это ука-
ывает одновременное изменение магнитных свойств и сопротивления
области низких температур [1], равенство величин энергии активации,
пределенных из температурной зависимости сопротивления и из диэлек-
рической проницаемости [2], и другие факты. Само сопротивление яв-
яется важной эксплуатационной характеристикой, так как определяет
отери на вихревые токи.

Как и у других полупроводников, сопротивление ферритов зависит
т их состава, способа спекания и охлаждения и среды, в которой произ-
одится термообработка. Так, увеличение количества FeO ведет к умень-
шению сопротивления ферритов. При быстром охлаждении получается
еррит с малым удельным сопротивлением и малой энергией активации:
нергия активации может уменьшаться вдвое [2], а сопротивление —
а два порядка [3] по сравнению с образцами того же состава, но медленно
хлажденными.

Все авторы указывают на экспоненциальный характер зависимости
опротивления от температуры в широком интервале температур. Прямой
обратный ход сопротивления совпадают до 200—250° С. Ферриты имеют
лектронный характер проводимости [4].

Измерение сопротивления ферритов представляет известную трудность
з-за контактных явлений. Для получения хорошего контакта поверхность
еррита металлизируют катодным распылением, вжиганием или комбина-
цией катодного распыления и электролитического осаждения благород-
ых металлов.

В лаборатории кафедры теоретических основ электротехники МЭИ
м. Молотова нами было произведено измерение удельного электрического
опротивления и определение его температурной зависимости для ферри-
ов марки О-1000 и О-2000 на постоянном токе.

Образцы № 1001, 1002, 2001 и 2002, полученные из лаборатории
І. Н. Шольц, имели форму прямоугольных стержней сечением 10 × 10 мм
высотой 30 мм. Измерения были проведены в интервале 20 ÷ 70° С,
для образца № 2002 — 20 ÷ 150° С.

Приведенные ниже результаты получены по потенциометрической
хеме определения сопротивления. Одновременно для сравнения качества
азличных электродов мы производили измерения по методу амперметра —
ольтметра.

Ошибка при измерении потенциометрическим методом не превышала
%, причем основным источником ошибок была неравномерность распре-
еления тока по образцу, особенно заметная на коротких образцах. Ошиб-
и за счет неполного прогрева образца, нагрева образца измерительным
оком и неравномерности температурного поля термостата можно считать
сключенными.

Зависимость сопротивления исследованных образцов от температуры имеет обычный для полупроводников вид:

$$\rho = \rho_0 e^{\frac{E}{k}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}.$$

Это находится в согласии с литературными данными [1].

При 19°С были получены следующие значения сопротивления образцов: № 1001—32 000, № 1002—3450, № 2001 и 2002—1400 Ω·см.

Для всех образцов значения энергии активации E близки к 0,23 eV, величина $B\ (=E/K)$—к 2800° С и значения температурного коэффициента сопротивления — к 0,03.

Образцы при слабых токах, пока рассеиваемая в образце мощность не превышает 10 mW см$^{-3}$, не обнаруживают никакой нелинейности, при больших токах появляется нелинейность, обусловленная нагревом, вольт-амперная характеристика становится падающей. Измерение сопротивления других образцов феррита с большим сопротивлением показало отсутствие у них нелинейности вплоть до напряженности 1 kV см$^{-1}$.

Нами была также измерена термоэдс образца феррита № 1002 по отношению к меди, которая оказалась равна $1 \cdot 10^{-4}$ V (°C)$^{-1}$. Это указывает на электронный характер проводимости, что находится в согласии с данными Г. А. Смоленского [4].

Применяя потенциометрический метод, мы убедились, что необходимо применять потенциальные зонды, охватывающие образец по периметру, а не касающиеся его в одной или нескольких точках, как это бывает, если зонды выполняются в виде ножей. Это уменьшает влияние неравномерности распределения тока по образцу.

При определении температурной зависимости сопротивления одновременно у нескольких образцов, помещенных в термостат, можно обойтись без специальных потенциометрических зажимов для каждого образца: в качестве потенциальных зондов мы использовали проволочки, обернутые вокруг образца. Примененный нами метод обработки результатов исключал необходимость в точном определении расстояния l между потенциальными зондами при каждом измерении. Этот метод заключается в том, что, получив несколько кривых температурной зависимости для каждого образца, отличающихся друг от друга за счет неточного определения l лишь постоянным множителем, мы приводим их к одной кривой, проходящей через точное значение сопротивления образца при какой-либо температуре.

Несмотря на то, что для измерения сопротивления можно применить потенциометрический метод, исключающий влияние токовых контактов, вопрос о получении высококачественных электродов является чрезвычайно важным, например, для случая измерения диэлектрической проницаемости.

Переходное сопротивление от электрода к ферриту зависит от двух факторов: 1) сопротивления соприкосновения между поверхностями металла и феррита, обусловленного тем, что контактирующие поверхности не являются идеальными плоскостями, и 2) наличия у феррита поверхностного слоя, образующегося, видимо, при термообработке. Сопротивление этого слоя очень велико. Так, сопротивление одного образца, измеренное по методу амперметра-вольтметра, после удаления поверхностного слоя уменьшилось более чем в 100 раз. Поэтому можно утверждать, что металлизация поверхности феррита с целью получения хорошего контакта не может достигнуть цели, если предварительно не удален поверхностный слой.

Известно, что все способы металлизации довольно сложны и требуют специального оборудования.

Нам удалось получить хорошее покрытие поверхности феррита с отно-

ительно малым удельным сопротивлением. Электролитическим путем а феррит был нанесен слой меди; после лужения к нему были припаяны ыводы. На образцах с большим удельным сопротивлением осадить равомерный слой меди невозможно.

Если не требуется большая точность измерений, можно быстро получить довлетворительные результаты, смазывая контактную поверхность еррита суспензией графита или ацетиленовой сажи в какой-либо жидости, например в глицерине. При хорошо составленной суспензии ошибка е превышает 30%, а может быть и значительно меньше. Но такие покрыия можно применять лишь при температурах, при которых не происходит энергичного высыхания или обугливания жидкости.

Металлизация образца, например серебрение, не всегда дает удовлетворительный результат. Поэтому важен вопрос проверки качества контакта. Одним из способов такой проверки может быть испытание образца на нелинейность, так как сам феррит, видимо, не обладает нелинейностью. При испытании нужно пользоваться малыми токами, чтобы не появилась нелинейность, обусловленная нагревом. Можно также проводить измерения с образцами разной длины.

Пытаясь электролитическим путем омеднить ферит № 1002 ($\rho = 3450\ \Omega \cdot$см), мы обнаружили, что медь осаждается не равномерным слоем, пятнами. При повторном омеднении образца после очистки его поверхности шлифованием на наждачном камне расположение этих пятен повторилось. Процесс был проведен несколько раз, причем картина при повторной шлифовке образца менялась незначительно от сечения к сечению.

Возможно, что феррит представляет собой макронеоднородный материал и имеет области с различной электропроводностью. Это подтверждается также и тем, что исследование поверхности образца иглой показывает наличие областей с различной проводимостью.

Вопрос о макронеоднородности феррита заслуживает, несомненно, более детального исследования.

Работа была проведена по предложению и под руководством К. М. Поливанова. При исполнении работы мы получали постоянное содействие со стороны Я. Н. Колли и С. Н. Андреева.

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Получена редакцией
16. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Дорфман Я. Г., Изв. АН СССР, Серия физич., **16**, 412 (1952).
2. Kan-ichi Kamiyoshi, Phys. Rev., **84**, 374 (1951).
3. Bochirol L., C. R., **233**, 736 (1951).
4. Смоленский Г. А., Изв. АН СССР, Серия физич., **16**, 728 (1952).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XVIII, № 3 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1954

Р. А. ДАУТОВ

ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЕ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

Введение

Как известно [1], на характер зависимости электрических, гальваномагнитных и других свойств ферромагнетиков от температуры оказывает существенное влияние наличие самопроизвольной намагниченности. Кроме того, на свойства ферромагнетика оказывают влияние (через изменение намагниченности) внешнее магнитное поле, внешние механические напряжения, а для сплавов также степень упорядоченности.

Изучением всех этих свойств ферромагнетиков, отличных от свойств обычных металлов, занимались русские и советские физики. В частности, Д. И. Гольдгаммер еще в 1889 г. [2] заметил, что электросопротивление металлов в ферромагнитном состоянии (для $T < \theta$, где θ — точка Кюри) изменяется пропорционально квадрату самопроизвольной намагниченности.

Наиболее подробное исследование поперечного гальваномагнитного эффекта Холла—Кикоина в ферромагнитных и парамагнитных металлах провел И. К. Кикоин [3]. Он установил, что холловская разность потенциалов определяется не величиной напряженности приложенного внешнего магнитного поля, а величиной намагниченности металла. Не так давно был обнаружен для ферромагнетика излом в точке Кюри на кривой фототок—температура [4].

Физическая природа всех этих «аномалий» свойств ферромагнетиков была выяснена на основании теории, разработанной С. В. Вонсовским и его сотрудниками [5], использовавшими модель *s*-*d*-обменного взаимодействия внешних и внутренних электронов ферромагнетика.

Согласно вычислениям этих авторов, в частности, для явления Гольдгаммера получилась линейная зависимость от квадрата намагниченности образца; этот результат теории находится в хорошем согласии с данными опыта.

С другой стороны, опытами Е. К. Завойского [6] и других исследователей [7] по парамагнитному и ферромагнитному резонансу было установлено, что намагниченность парамагнетиков и ферромагнетиков претерпевает изменение при одновременном воздействии на них высокочастотного и параллельного или перпендикулярного ему статического магнитного поля.

Так, например, для ферромагнитного образца сферической формы среднее по времени значение составляющей намагниченности в направлении постоянного поля при наложении перпендикулярно последнему высокочастотного магнитного поля частоты ω и амплитуды H_1 описывается выражением:

$$M_z = \frac{M_0}{1 + \frac{1}{2}\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 \frac{\omega_0^2 + \omega^2}{4\omega^2 + T_2^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2}},$$

где M_0 — намагниченность насыщения, γ — гиромагнитное отношение, T_1 — время спин-решеточной релаксации, T_2 — величина, характеризую-

щая ширину резонансной линии, ω_0 — частота прецессии электронного спина.

Из этого выражения видно, что намагниченность образца в присутствии высокочастотного поля большой амплитуды не остается постоянной и равной M_0.

Естественно предположить, что высокочастотное магнитное поле будет влиять через изменение намагниченности на немагнитные свойства ферромагнетиков, и поэтому электросопротивление (сопротивление постоянному току), поперечная эдс, фототок и другие свойства ферромагнетиков должны определенным образом зависеть от характеристик высокочастотного магнитного поля.

Целью настоящей работы является исследование зависимости поперечного и продольного эффекта Гольдгаммера от высокочастотного магнитного поля.

Метод измерений и исследуемые образцы

Измерительная установка состояла из высокочастотного генератора, собранного по двухтактной схеме на лампе 6П7. Катушка колебательного контура генератора вместе с исследуемым образцом находилась в межполюсном зазоре электромагнита, создававшего постоянное магнитное поле напряженностью до 2000 Ое. Питание генератора осуществлялось постоянным током от аккумуляторов; частота осциллирующего магнитного поля, возбуждаемого генератором, равнялась $4{,}33 \cdot 10^7$ и $3{,}07 \cdot 10^7$ Hz; амплитуда высокочастотного поля была порядка 7 Ое. Относительное изменение электросопротивления измерялось при помощи неуравновешенного моста, предложенного в работе [8] и использованного для этих же целей в работе [9]. Направление осциллирующего магнитного поля лежало в плоскости образца; статическое магнитное поле было перпендикулярно току при измерении поперечного эффекта и параллельно — в случае измерения продольного эффекта.

Измерения проводились на поликристаллических образцах кремнистой стали (около 4% Si) и динамной стали (1% Si) в форме тонких прямоугольных пластин размерами $27 \times 2{,}5 \times 0{,}09$ мм, а также на одном образце марганец-цинкового феррита (30% Mn, 20% Zn) в виде диска толщиной 1,5 мм и ф 8 мм.

До начала измерений образец тщательно размагничивался методом коммутации постояного тока через электромагнит. После этого снималась кривая изменения сопротивления в постоянном магнитном поле, причем отсчеты брались для обоих направлений как магнитного поля, так и тока через образец. Изменение направления магнитного поля на противоположное позволяло исключить холловскую разность потенциалов, которая могла бы привести к кажущемуся изменению сопротивления. Коммутацией направления тока через образец устранялось влияние термоэдс и контактных разностей потенциалов.

По окончании этих измерений образец вновь размагничивался и включался высокочастотный генератор.

Измерения в присутствии высокочастотного поля начинались только после установления термического равновесия и производились при комнатной температуре в точности в таком же порядке, как и при изучении статического явления Гольдгаммера, т. е. кривая снималась коммутацией магнитного поля и направления тока.

Результаты измерений и выводы

Результаты измерений относительного изменения электросопротивления в зависимости от постоянного магнитного поля приведены на рис. 1—4. Кривые *1* на рис. 1—3 имеют вид, характерный для статического эффекта

Гольдгаммера; кривые *2* представляют собой динамический эффект Гольдгаммера, обусловленный одновременным воздействием взаимноперпендикулярных осциллирующего и постоянного магнитных полей.

Из рассмотрения приведенных кривых легко заметить, что как в случае статического, так и в случае динамического эффектов сопротивление при

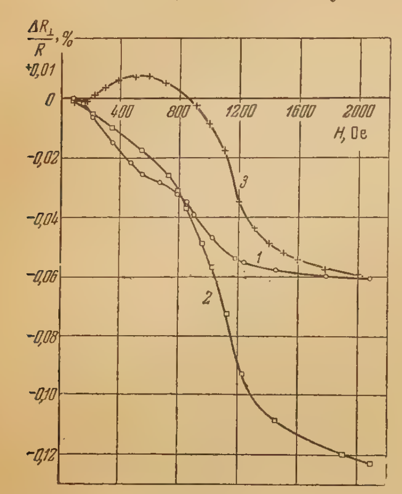


Рис. 1. Зависимость эффекта Гольдгаммера от поперечного постоянного магнитного поля для кремнистой стали (~4% Si): *1* — статический эффект при воздействии одного постоянного поля, *2* — динамический эффект при одновременном воздействии взаимноперпендикулярных осциллирующего и постоянного магнитных полей, *3* — разность динамического и статического эффектов

малых значениях напряженности магнитного поля изменяется довольно резко. Эта область изменения сопротивления соответствует техническому намагничиванию образца. С увеличением напряженности магнитного поля изменение сопротивления происходит все более медленно.

Под действием высокочастотного поля относительное изменение сопротивления образцов, $\frac{\Delta R_{\perp}}{R}$, происходит более резко, чем в случае статического эффекта, а в случае продольного эффекта оно даже изменяет знак с положительного на отрицательный.

Кривые *3* на рис. 1—3 представляют собой разности динамического и статического эффектов соответственно для каждого образца в зависимости от напряженности постоянного магнитного поля. Эти кривые характеризуют изменение составляющей намагниченности образца вдоль постоянного магнитного поля, вызванное действием высокочастотного поля.

Рис. 2. То же, что на рис. 1, но для динамной стали (1% Si)

Из неферромагнитных металлов подобному изучению была подвергнута электролитическая медь. Однако при использованных напряженностях высокочастотного и постоянного магнитных полей заметного изменения сопротивления не было обнаружено. Отсутствие измеримого эффекта в меди показывает, что это явление наиболее сильно проявляется только в ферромагнетиках.

Вследствие малости удельной электропроводности ферритов глубина проникновения переменного электромагнитного поля оказывается достаточно большой, что приводит к участию в процессе относительно большого

бъема образца. Поэтому измерение $\frac{\Delta R_{\perp}}{R}$- и $\frac{\Delta R_{\parallel}}{R}$-эффектов в этих веществах может представлять особый интерес.

В качестве исследуемого материала автор имел в своем распоряжении оликристаллический кусок марганец-цинкового феррита (30% MnO, 0% ZnO, 50% Fe_2O_3), из которого был изготовлен образец в виде диска начальное сопротивление 11,1Ω); выбор такой формы образца давал возможность достаточно легко решить вопрос о распределении линий тока внутри материала; для достижения хорошего контакта с подводящими ток проводами поверхность диска металлизировалась серебром в вакууме. Чтобы избежать нагревания, пропускаемый через образец ток брался достаточно слабым.

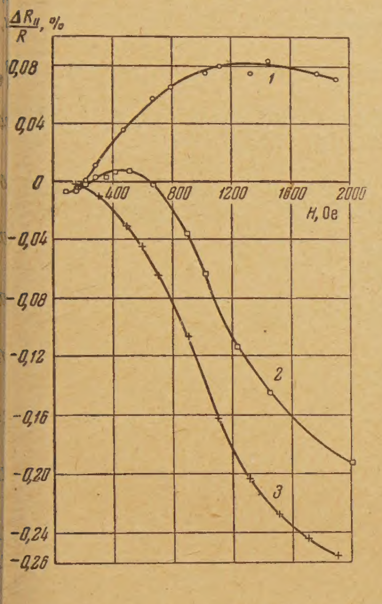


Рис. 3. Зависимость эффекта Гольдгаммера от продольного постоянного магнитного поля для кремнистой стали (~4% Si): *1* — статический эффект при воздействии одного постоянного поля, 2 — при одновременном воздействии взаимноперпендикулярных осциллирующего и постоянного магнитных полей, *3* — разность динамического и статического эффектов

Взаимноперпендикулярные постоянное и высокочастотное магнитные поля располагались параллельно плоскости диска, при этом пропускаемый через образец ток был перпендикулярен обоим полям. Таким образом, в феррите изучался поперечный эффект Гольдгаммера. Измерения на феррите производились на частоте ,07·10^7Hz. Было обнаружено, что при помещении феррита в высокочастотное магнитное поле без воздействия постоянным полем сопротивление его убывает довольно сильно. Для выбранного образца это изменение сопротивления достигало 30% от первоначального значения и учитывалось при измерении. При включении постоянного магнитного поля происходит дополнительное изменение электросопротивления, которое носит весьма своеобразный, резонансный характер. На рис. 4 приведена кривая динамического относительного изменения сопротивления в процентах от намагничивания в поперечном постоянном магнитном поле. Изменение сопротивления оказалось большим, поэтому измерение можно было вести менее чувствительным прибором. В частности, для измерения динамического значения $\Delta R_{\perp}/R$ на феррите был использован обычный двойной мост типа МД-6.

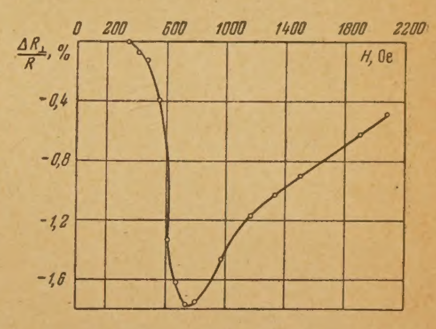


Рис. 4. Зависимость эффекта Гольдгаммера от поперечного постоянного магнитного поля для марганец-цинкового феррита (30% MnO + 20% ZnO + 50% Fe_2O_3)

Так же как и в случае исследованных металлических ферромагнетиков, для феррита пока не удалось сопоставить полученные данные с данными ферромагнитного поглощения.

Таким образом, в результате выполненной работы можно сделать следующий вывод: высокочастотное магнитное поле влияет на электросопротивление ферромагнетиков.

Казанский гос. педагогический институт

Получена редакцией 13. V. 1954 г.

Цитированная литература

1. Вонсовский С. В., Современное учение о магнетизме.— Гостехиздат, М.— Л., 1953.
2. Гольдгаммер Д. И., Ученые записки Московского университета, 8, 1 (1889).
3. Кикоин И. К., Sow. Phys., 9, 1 (1936); ЖЭТФ, 10, 1242 (1940).
4. Cardwell A. B., Phys. Rev., 76, 125 (1949).
5. Вонсовский С. В., ЖЭТФ, 16, 981 (1946); Вонсовский С. В., Кобелев Л. Я. и Родионов К. П., Изв. АН СССР, Серия физич., 16, 569 (1952).
6. Завойский Е. К., Диссертация.— ФИАК 1944.
7. Damon R. W., Rev. Mod. Phys., 25, 239 (1953).
8. Vilbig F., Archiv f. Elektrotechnik, 22, 194 (1929).
9. Феденев Д. Р., ЖТФ, 23, 828 (1953).

Совещание по ферритам

(Ленинград, 1—5 февраля 1954 г.)

(Продолжение, см. № 3 журнала)

